ESERCIZI DA SVOLGERE A CASA

Gli studenti con **"Piano Didattico Personalizzato"** sono dispensati dallo svolgimento degli esercizi 4 e 6, sebbene il loro svolgimento faciliti l'acquisizione di migliori abilità sugli argomenti affrontati nella lezione.

Risolvi le seguenti **EQUAZIONI FRAZIONARIE** avendo cura di verificare i risultati. Ricorda di trovare il Campo di Esistenza di ciascuna equazione.

1. $\frac{2}{x^2-x}-\frac{1}{x^2+x}=\frac{4}{(x-1)(x+1)}$

SOLUZ.: CE.: $x\neq 0 \wedge x\neq \pm 1$

$S=\varnothing$

2. $\frac{2}{z^2-1}=\frac{3}{z^2-4}-\frac{1}{z^2+z-2}$

SOLUZ.: CE.: $z\neq \pm 2 \wedge z\neq \pm 1$

$z=-7$

3. $\frac{3x-12}{x^2-16}=0$

SOLUZ.: CE.: $x\neq \pm 4$

$x=4$ Non Accettabile

Equazione Impossibile

Questa equazione va risolta scomponendo il denominatore e poi studiando il Campo di Esistenza. Successivamente, si può procedere in 2 modi:

1) eliminando il denominatore in virtù del 2° principio di equivalenza delle equazioni
2) oppure, scomponendo il numeratore e semplificandolo con il denominatore (proprietà invariantiva della divisione).

In ogni caso, le semplificazioni devono essere effettuate dopo aver studiato il Campo di Esistenza

4. $\left(\frac{3}{2x-2}-\frac{3}{2x+2}\right)\left(\frac{1}{2x}-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2x+2}=\frac{1}{x}$

SOLUZ.: CE.: $x\neq 0 \wedge x\neq \pm 1$

$x=-5$

Scomporre tutti i denominatori prima di calcolare il minimo comun denominatore.

5. $\frac{1}{2x-x^2}+\frac{1}{x^2-4}=\frac{2}{x^2+2x}$

SOLUZ.: CE.: $x\neq 0 \wedge x\neq \pm 2$

$x=1$

Ricordarsi di NON lasciare fattori opposti al denominatore, ma di farli diventare uguali raccogliendo il segno -

6. $\frac{5}{y^3-1}+\frac{y}{y^2+y+1}=-\frac{1}{1-y}$

SOLUZ.: CE.: $y\neq 1$

$y=2$

Attenzione che $y^2+y+1\neq 0$ è sempre vero. Infatti, il trinomio y^2+y+1, essendo un Falso Quadrato di Binomio, non ha zeri.

7. $\frac{4}{3z-4}-\frac{4}{3z+4}=\frac{6(2z+5)}{9z^2-16}-\frac{1}{3z-4}$

SOLUZ.: CE.: $z\neq \pm\frac{4}{3}$

$z=\frac{2}{3}$

ESERCIZI AGGIUNTIVI a carattere NON OBBLIGATORIO

Gli esercizi seguenti NON sono obbligatori e costituiscono soltanto un'utile attività di ripasso. Essi non sostituiscono gli esercizi per casa, che hanno carattere obbligatorio e che sono di sopra elencati.

11. $\frac{x+4}{x}-\frac{1+x}{x+4}-\frac{x+3}{x^2+4x}=\frac{11+6x}{x^2+8x+16}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq 0 \wedge x\neq -4$
$x=-2$

12. $\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x-1}-2\right)+2\left(\frac{2}{x+1}-\frac{1}{x}\right)+\frac{4}{3x^2-3}=0$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq 0 \wedge x\neq \pm 1$
$x=3$

13. $\left(2-\frac{x+1}{x+3}\right):\left(2-\frac{x-1}{x+3}\right)=\frac{1}{2}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq -3 \wedge x\neq -7$
Equazione Impossibile

Attenzione nel Campo di Esistenza occorre porre anche il DIVISORE $\left(2-\frac{x-1}{x+3}\right)\neq 0$, oltre $x+3\neq 0$

14. $\frac{x}{6}-\frac{x-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}+\frac{x+\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}-\frac{5}{3}=\frac{x+1}{2}-\frac{x-1}{3}$

SOLUZ.: **CE.:** Non deve essere fatto perché l'equazione è intera
$x=2$

15. $\frac{1}{4x^2-4x}+\frac{1}{3x^2}=\frac{1}{3x^2-3x^3}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq \frac{1}{4} \wedge x\neq 0 \wedge x\neq \frac{1}{3}$
Equazione Impossibile

16. $-\frac{1}{9-x^2}+\frac{1}{x^2-x-6}=\frac{2}{x^2+2x-3}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq \pm 3 \wedge x\neq -2 \wedge x\neq 1$
$x=-\frac{7}{5}$

17. $\frac{2x}{8+1+4x^2-12x}+\frac{1}{4x^2-9}=\frac{1}{2x+3}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq \pm\frac{3}{2}$
$x=\frac{3}{5}$

18. $\frac{x^2+x-6}{x^2+4x-5}:\frac{x^2-4}{x+5}+\frac{1}{x-1}=\frac{1}{x+2}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq \pm 2 \wedge x\neq -5 \wedge x\neq 1$
$x=-6$

19. $\left(\frac{8}{x^3}-1\right):\left(\frac{2}{x}-1\right)+\frac{1}{x}=\left(\frac{1}{x}-1\right)^2$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq 0 \wedge x\neq 2$
$x=-\frac{3}{5}$

20. $\frac{1}{x^2-4x}+\frac{1}{16-x^2}+\frac{1}{x^2+4x}=-\frac{1}{16-x^2}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq 0 \wedge x\neq \pm 4$
INDETERM con $x\neq \pm 4 \wedge x\neq 0$

21. $1-\frac{4x-4}{x^2-x}-\frac{2}{4x-x^2}=\frac{2x-1}{2x-8}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq 0 \wedge x\neq 4$

$x=\frac{10}{5}$

22. $\frac{1}{x^2+2x}+\frac{3}{x^2+x-2}=\frac{1}{x^2-x}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq 0 \wedge x\neq -2 \wedge x\neq 1$

$x=1$ Non Accettabile

Equazione IMPOSSIBILE

23. $\frac{2}{x+3}+\left(\frac{x^2-1}{x}\right)^{-1}=\frac{3}{x+1}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq -3 \wedge x\neq \pm 1 \wedge x\neq 0$

$x=\frac{7}{3}$

24. $\frac{x^2-1}{x^2-2x-3}-\frac{3x}{x+1}+\frac{2x+1}{x-3}=\frac{11-x}{(3-x)(x+1)}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq -1 \wedge x\neq 3$

$x=-1$ Non Accettabile

Equazione IMPOSSIBILE

25. $\frac{x+3}{x^2-3x+2}+\frac{2x-1}{x^2-x-2}-\frac{1+3x}{x^2-1}=0$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq 2 \wedge x\neq \pm 1$

$x=-1$ Non Accettabile

Equazione IMPOSSIBILE

26. $\frac{6x^2}{8x^3-1}+\frac{1-x}{4x^2+2x+1}=\frac{1}{2x-1}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq \frac{1}{2}$

$x=2$

27. $\frac{2-\frac{5}{x+1}}{1-\frac{3}{x+1}}+\frac{1-2x}{x+3}=\frac{3x}{6-x-x^2}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq -1 \wedge x\neq 2 \wedge x\neq -3$

$x=1$

28. $\frac{2x-1}{x-6}-\frac{\frac{5}{x+1}}{\frac{5}{2x-2}}=\frac{15x-14}{x^2-5x-6}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq 6 \wedge x\neq -1$

IMPOSSIBILE

29. $\frac{1}{x^2-1}-\frac{2}{x^3+x^2}+\frac{2}{x^3-x^2}=\frac{x^2+4}{x^4-x^2}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq \pm 1 \wedge x\neq 0$

INDETERM con $x\neq \pm 1 \wedge x\neq 0$

30. $\frac{x+2}{3x}+\frac{x-2}{2x}=\frac{1}{3}-\frac{1}{6x}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq 0$

$x=\frac{1}{3}$

31. $\left(\frac{x+2}{10-3x-x^2}+\frac{x+5}{x^2-4}\right):\frac{x+5}{x^2-2x}=\frac{2x^2+7x}{x^3+15x^2+75x+125}$ **SOLUZ.:** **CE.:** $x\neq-3\wedge x\neq-\frac{1}{2}\wedge x\neq 0$

Equazione IMPOSSIBILE

SVOLGIMENTO. Iniziamo l'esercizio scomponendo i denominatori. L'equazione sarà:

$$\left(\frac{-x-2}{x^2+3x-10}+\frac{x+5}{x^2-4}\right):\frac{x+5}{x^2-2x}=\frac{2x^2+7x}{(x+5)^3}$$

$$\left(\frac{-x-2}{(x+5)(x-2)}+\frac{x+5}{(x+2)(x-2)}\right):\frac{x+5}{x(x-2)}=\frac{2x^2+7x}{(x+5)^3}$$

Studiamo il Campo di esistenza:

$x+5\neq 0 \quad x\neq -5$

$x-2\neq 0 \quad x\neq 2$

$x+2\neq 0 \quad x\neq -2$

$x\neq 0$

$\frac{x+5}{x(x-2)}\neq 0 \quad x+5\neq 0 \quad x\neq -5$

$$x\neq\pm 2\wedge x\neq 0\wedge x\neq -5$$

Quando si studia il Campo di Esistenza CAMBIARE RIGA tra un enunciato e l'altro ed evidenziare il risultato (come ho fatto io nelle 2 righe qui sopra)

$$\frac{(-x-2)(x+2)+(x+5)^2}{(x+5)(x-2)(x+2)}\cdot\frac{x(x-2)}{x+5}=\frac{2x^2+7x}{(x+5)^3}$$ semplificando e svolgendo i conti, sarà:

$$\frac{x\left[(-x-2)(x+2)+(x+5)^2\right]}{(x+5)^2(x+2)}=\frac{2x^2+7x}{(x+5)^3}$$

$$\frac{x\left[-x^2-4-4x+x^2+25+10x\right]}{x+2}=\frac{2x^2+7x}{x+5}$$

$$\left(21x+6x^2\right)(x+5)=\left(2x^2+7x\right)(x+2)$$

$$21x^2+105x+6x^3+30x^2=2x^3+4x^2+7x^2+14x$$

$$40x^2+91x+4x^3=0$$

$$4x\left(x^2+10x+\frac{91}{4}\right)=0$$

$$4x\left(x+\frac{7}{2}\right)\left(x+\frac{13}{2}\right)=0$$

da cui

$4x=0 \quad x=0 \quad \text{Non accettabile}$

$x+\frac{7}{2}=0 \quad x=-\frac{7}{2}$

$x+\frac{13}{2}=0 \quad x=-\frac{13}{2}$

$$x=-\frac{7}{2}\vee x=-\frac{13}{2}$$

32. $\dfrac{\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}}{\dfrac{1}{x+2}}=\dfrac{1}{x-1+\dfrac{2}{x+2}}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq 0\wedge x\neq -1\wedge x\neq -2$
INDETERM con $x\neq 0\wedge x\neq -1\wedge x\neq -2$

Se nel Campo di Esistenza abbiamo $x^2-x+2\neq 0$, allora tento di scomporre quel trinomio di 2° grado che sembra un trinomio speciale. Se si scomponesse come $(x+2)(x-1)\neq 0$ allora porrei $x+2\neq 0\wedge x-1\neq 0$ e otterrei $x\neq -2\wedge x\neq 1$.
Purtroppo, però, quel trinomio non è scomponibile. Allora, dopo che ho trovato le soluzioni le vado a sostituire nel trinomio per vedere se risulta il trinomio $\neq 0$

33. $\dfrac{1}{4}\cdot\left\{1+\dfrac{1}{x-1}-\left[\dfrac{-x-\dfrac{1}{2}}{\dfrac{1}{2}(x-1)}+\dfrac{2}{3}+\dfrac{5}{3(x-1)}\right]\right\}=-\dfrac{1}{9}+\dfrac{7}{12(x-1)}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq 1$
Equazione IMPOSSIBILE

34. $\dfrac{x+3}{x-2}+\dfrac{x+8}{-x^2+3x-2}-\dfrac{x+4}{x-1}=0$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq 2\wedge x\neq 1$
$x=-3$

35. $\dfrac{2}{4x^2-1}+\dfrac{1}{2x^3-x^2-2x+1}+\dfrac{\dfrac{x}{1-x^2}}{2x+1}=0$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq \pm\dfrac{1}{2}\wedge x\neq \pm 1$
$x=\dfrac{1}{3}$

36. $\dfrac{4}{3x}+\dfrac{4x+4}{(x+4)^2-(x-2)^2}=\dfrac{x+4}{3x}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq \pm\dfrac{1}{2}\wedge x\neq \pm 1$
INDETERM con $x\neq 0\wedge x\neq -1$

Il 2° denominatore può essere scomposto come Differenza di 2 Quadrati. Potrebbe anche essere svolto e poi scomposto, ma il procedimento è più lungo.

37. $\dfrac{3}{x+3}=\left(\dfrac{x+1}{x-1}-\dfrac{x-1}{x+1}\right):\left(\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{x+1}{x-1}\right)$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq \pm 1$
INDETERM con $x\neq \pm 1$

Attenzione perché $\left(\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{x+1}{x-1}\right)$ è un divisore e quindi deve essere posto $\neq 0$. Pertanto, nel Campo di Esistenza occorre considerare anche che $\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{x+1}{x-1}\neq 0$

38. $\left[\dfrac{3+4x^2}{8x^3-1-12x^2+6x}-\dfrac{2(x+1)}{4x^2+1-4x}\right]\cdot(4x-2)=\dfrac{3}{2x-1}$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq \dfrac{1}{2}$
$x=\dfrac{13}{10}$

39. $\dfrac{\dfrac{x^3-4x}{2x^2+7x+3}}{\dfrac{x^2+2x}{x^3+27}}=x^2-3x+9$

SOLUZ.: **CE.:** $x\neq -3\wedge x\neq -\dfrac{1}{2}\wedge x\neq 0$
Equazione IMPOSSIBILE

Attenzione per studiare il Campo di Esistenza, occorre porre $2x^2+7x+3\neq 0$, $x^3+27\neq 0$ e inoltre $x^2+2x\neq 0$. Inoltre quando ponete $x^3+27\neq 0$, poi potere procedere così: $x^3\neq -27$, da cui $x\neq -3$