

ESERCIZI DA SVOLGERE A CASA

Gli studenti con **"Piano Didattico Personalizzato"** sono dispensati dallo svolgimento degli esercizi 4 e 6, sebbene il loro svolgimento faciliti l'acquisizione di migliori abilità sugli argomenti affrontati nella lezione.

Risolvi le seguenti **EQUAZIONI FRAZIONARIE** avendo cura di verificare i risultati. Ricorda di trovare il Campo di Esistenza di ciascuna equazione.

$$1. \quad \frac{2}{x^2 - x} - \frac{1}{x^2 + x} = \frac{4}{(x-1)(x+1)}$$

SOLUZ. CE.: $x \neq 0 \wedge x \neq \pm 1$

$$S = \emptyset$$

$$2. \quad \frac{2}{z^2 - 1} = \frac{3}{z^2 - 4} - \frac{1}{z^2 + z - 2}$$

SOLUZ. CE.: $z \neq \pm 2 \wedge z \neq \pm 1$

$$z = -7$$

$$3. \quad \frac{3x - 12}{x^2 - 16} = 0$$

SOLUZ. CE.: $x \neq \pm 4$

$x = 4$ Non Accettabile

Equazione Impossibile

Questa equazione va risolta scomponendo il denominatore e poi studiando il Campo di Esistenza. Successivamente, si può procedere in 2 modi:

- 1) eliminando il denominatore in virtù del 2° principio di equivalenza delle equazioni
- 2) oppure, scomponendo il numeratore e semplificandolo con il denominatore (proprietà invariante della divisione).

In ogni caso, le semplificazioni devono essere effettuate dopo aver studiato il Campo di Esistenza

$$4. \quad \left(\frac{3}{2x-2} - \frac{3}{2x+2} \right) \left(\frac{1}{2x} - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2x+2} = \frac{1}{x}$$

SOLUZ. CE.: $x \neq 0 \wedge x \neq \pm 1$

$$x = -5$$

Scomporre tutti i denominatori prima di calcolare il minimo comun denominatore.

$$5. \quad \frac{1}{2x - x^2} + \frac{1}{x^2 - 4} = \frac{2}{x^2 + 2x}$$

SOLUZ. CE.: $x \neq 0 \wedge x \neq \pm 2$

$$x = 1$$

Ricordarsi di NON lasciare fattori opposti al denominatore, ma di farli diventare uguali raccogliendo il segno -

$$6. \quad \frac{5}{y^3 - 1} + \frac{y}{y^2 + y + 1} = -\frac{1}{1 - y}$$

SOLUZ. CE.: $y \neq 1$

$$y = 2$$

Attenzione che $y^2 + y + 1 \neq 0$ è sempre vero. Infatti, il trinomio $y^2 + y + 1$, essendo un Falso Quadrato di Binomio, non ha zeri.

$$7. \quad \frac{4}{3z-4} - \frac{4}{3z+4} = \frac{6(2z+5)}{9z^2-16} - \frac{1}{3z-4}$$

SOLUZ. CE.: $z \neq \pm \frac{4}{3}$

$$z = \frac{2}{3}$$

ESERCIZI AGGIUNTIVI a carattere NON OBBLIGATORIO

Gli esercizi seguenti NON sono obbligatori e costituiscono soltanto un'utile attività di ripasso. Essi non sostituiscono gli esercizi per casa, che hanno carattere obbligatorio e che sono di sopra elencati.

$$11. \frac{x+4}{x} - \frac{1+x}{x+4} - \frac{x+3}{x^2+4x} = \frac{11+6x}{x^2+8x+16}$$

SOLUZ. CE.: $x \neq 0 \wedge x \neq -4$
 $x = -2$

$$12. \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x-1} - 2 \right) + 2 \left(\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x} \right) + \frac{4}{3x^2-3} = 0$$

SOLUZ. CE.: $x \neq 0 \wedge x \neq \pm 1$
 $x = 3$

$$13. \left(2 - \frac{x+1}{x+3} \right) : \left(2 - \frac{x-1}{x+3} \right) = \frac{1}{2}$$

SOLUZ. CE.: $x \neq -3 \wedge x \neq -7$
Equazione Impossibile

Attenzione nel Campo di Esistenza occorre porre anche il DIVISORE $\left(2 - \frac{x-1}{x+3} \right) \neq 0$, oltre $x+3 \neq 0$

$$14. \frac{x}{6} - \frac{x-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} + \frac{x+\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} - \frac{5}{3} = \frac{x+1}{2} - \frac{x-1}{3}$$

SOLUZ. CE.: Non deve essere fatto perché l'equazione è intera
 $x = 2$

$$15. \frac{1}{4x^2-4x} + \frac{1}{3x^2} = \frac{1}{3x^2-3x^3}$$

SOLUZ. CE.: 9
 $x = 1$ Non Accettabile
Equazione Impossibile

$$16. -\frac{1}{9-x^2} + \frac{1}{x^2-x-6} = \frac{2}{x^2+2x-3}$$

SOLUZ. CE.: $x \neq \pm 3 \wedge x \neq -2 \wedge x \neq 1$
 $x = -\frac{7}{5}$

$$17. \frac{2x}{8+1+4x^2-12x} + \frac{1}{4x^2-9} = \frac{1}{2x+3}$$

SOLUZ. CE.: $x \neq \pm \frac{3}{2}$
 $x = \frac{3}{5}$

$$18. \frac{x^2+x-6}{x^2+4x-5} : \frac{x^2-4}{x+5} + \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x+2}$$

SOLUZ. CE.: $x \neq \pm 2 \wedge x \neq -5 \wedge x \neq 1$
 $x = -6$

$$19. \left(\frac{8}{x^3} - 1 \right) : \left(\frac{2}{x} - 1 \right) + \frac{1}{x} = \left(\frac{1}{x} - 1 \right)^2$$

SOLUZ. CE.: $x \neq 0 \wedge x \neq 2$
 $x = -\frac{3}{5}$

$$20. \frac{1}{x^2-4x} + \frac{1}{16-x^2} + \frac{1}{x^2+4x} = -\frac{1}{16-x^2}$$

SOLUZ. CE.: $x \neq 0 \wedge x \neq \pm 4$
INDETERM con $x \neq \pm 4 \wedge x \neq 0$

$$21. 1 - \frac{4x-4}{x^2-x} - \frac{2}{4x-x^2} = \frac{2x-1}{2x-8}$$

SOLUZ.: CE.: $x \neq 0 \wedge x \neq 4$

$$x = \frac{10}{5}$$

$$22. \frac{1}{x^2+2x} + \frac{3}{x^2+x-2} = \frac{1}{x^2-x}$$

SOLUZ.: CE.: $x \neq 0 \wedge x \neq -2 \wedge x \neq 1$

$x = 1$ Non Accettabile
Equazione IMPOSSIBILE

$$23. \frac{2}{x+3} + \left(\frac{x^2-1}{x}\right)^{-1} = \frac{3}{x+1}$$

SOLUZ.: CE.: $x \neq -3 \wedge x \neq \pm 1 \wedge x \neq 0$

$$x = \frac{7}{3}$$

$$24. \frac{x^2-1}{x^2-2x-3} - \frac{3x}{x+1} + \frac{2x+1}{x-3} = \frac{11-x}{(3-x)(x+1)}$$

SOLUZ.: CE.: $x \neq -1 \wedge x \neq 3$

$x = -1$ Non Accettabile
Equazione IMPOSSIBILE

$$25. \frac{x+3}{x^2-3x+2} + \frac{2x-1}{x^2-x-2} - \frac{1+3x}{x^2-1} = 0$$

SOLUZ.: CE.: $x \neq 2 \wedge x \neq \pm 1$

$x = -1$ Non Accettabile
Equazione IMPOSSIBILE

$$26. \frac{6x^2}{8x^3-1} + \frac{1-x}{4x^2+2x+1} = \frac{1}{2x-1}$$

SOLUZ.: CE.: $x \neq \frac{1}{2}$

$$x = 2$$

$$27. \frac{2 - \frac{5}{x+1}}{1 - \frac{3}{x+1}} + \frac{1-2x}{x+3} = \frac{3x}{6-x-x^2}$$

SOLUZ.: CE.: $x \neq -1 \wedge x \neq 2 \wedge x \neq -3$

$$x = 1$$

$$28. \frac{2x-1}{x-6} - \frac{\frac{5}{x+1}}{\frac{5}{2x-2}} = \frac{15x-14}{x^2-5x-6}$$

SOLUZ.: CE.: $x \neq 6 \wedge x \neq \pm 1$

IMPOSSIBILE

$$29. \frac{1}{x^2-1} - \frac{2}{x^3+x^2} + \frac{2}{x^3-x^2} = \frac{x^2+4}{x^4-x^2}$$

SOLUZ.: CE.: $x \neq \pm 1 \wedge x \neq 0$

INDETERM con $x \neq \pm 1 \wedge x \neq 0$

$$30. \frac{x+2}{3x} + \frac{x-2}{2x} = \frac{1}{3} - \frac{1}{6x}$$

SOLUZ.: CE.: $x \neq 0$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$31. \left(\frac{x+2}{10-3x-x^2} + \frac{x+5}{x^2-4} \right) : \frac{x+5}{x^2-2x} = \frac{2x^2+7x}{x^3+15x^2+75x+125}$$

SOLUZ.: CE.: $x \neq -3 \wedge x \neq -\frac{1}{2} \wedge x \neq 0$

Equazione IMPOSSIBILE

SVOLGIMENTO. Iniziamo l'esercizio scomponendo i denominatori. L'equazione sarà:

$$\left(\frac{-x-2}{x^2+3x-10} + \frac{x+5}{x^2-4} \right) : \frac{x+5}{x^2-2x} = \frac{2x^2+7x}{(x+5)^3}$$

$$\left(\frac{-x-2}{(x+5)(x-2)} + \frac{x+5}{(x+2)(x-2)} \right) : \frac{x+5}{x(x-2)} = \frac{2x^2+7x}{(x+5)^3}$$

Studiamo il Campo di esistenza:

$$x+5 \neq 0 \quad x \neq -5$$

$$x-2 \neq 0 \quad x \neq 2$$

$$x+2 \neq 0 \quad x \neq -2$$

$$x \neq 0$$

$$\frac{x+5}{x(x-2)} \neq 0 \quad x+5 \neq 0 \quad x \neq -5$$

$$x \neq \pm 2 \wedge x \neq 0 \wedge x \neq -5$$

Quando si studia il Campo di Esistenza CAMBIARE RIGA tra un enunciato e l'altro ed evidenziare il risultato (come ho fatto io nelle 2 righe qui sopra)

$$\frac{(-x-2)(x+2)+(x+5)^2}{(x+5)(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x(x-2)}{x+5} = \frac{2x^2+7x}{(x+5)^3} \text{ semplificando e svolgendo i conti, sarà:}$$

$$\frac{x[(-x-2)(x+2)+(x+5)^2]}{(x+5)^2(x+2)} = \frac{2x^2+7x}{(x+5)^3}$$

$$\frac{x[-x^2-4-4x+x^2+25+10x]}{x+2} = \frac{2x^2+7x}{x+5}$$

$$(21x+6x^2)(x+5) = (2x^2+7x)(x+2)$$

$$21x^2+105x+6x^3+30x^2 = 2x^3+4x^2+7x^2+14x$$

$$40x^2+91x+4x^3 = 0$$

$$4x \left(x^2+10x+\frac{91}{4} \right) = 0$$

$$4x \left(x+\frac{7}{2} \right) \left(x+\frac{13}{2} \right) = 0$$

da cui

$$4x=0 \quad x=0 \quad \text{Non accettabile}$$

$$x+\frac{7}{2}=0 \quad x=-\frac{7}{2}$$

$$x+\frac{13}{2}=0 \quad x=-\frac{13}{2}$$

$$x = -\frac{7}{2} \vee x = -\frac{13}{2}$$

$$32. \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x+2}} = \frac{1}{x-1 + \frac{2}{x+2}}$$

SOLUZ.: CE.: $x \neq 0 \wedge x \neq -1 \wedge x \neq -2$
 INDETERM con
 $x \neq 0 \wedge x \neq -1 \wedge x \neq -2$

Se nel Campo di Esistenza abbiamo $x^2 - x + 2 \neq 0$, allora tento di scomporre quel trinomio di 2° grado che sembra un trinomio speciale. Se si scomponesse come $(x+2)(x-1) \neq 0$ allora porrei $x+2 \neq 0 \wedge x-1 \neq 0$ e otterrei $x \neq -2 \wedge x \neq 1$. Purtroppo, però, quel trinomio non è scomponibile. Allora, dopo che ho trovato le soluzioni le vado a sostituire nel trinomio per vedere se risulta il trinomio $\neq 0$

$$33. \frac{1}{4} \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{x-1} - \left[\frac{-x - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}(x-1)} + \frac{2}{3} + \frac{5}{3(x-1)} \right] \right\} = -\frac{1}{9} + \frac{7}{12(x-1)}$$

SOLUZ.: CE.: $x \neq 1$
 $x = 1$ Non accettabile
 Equazione IMPOSSIBILE

$$34. \frac{x+3}{x-2} + \frac{x+8}{-x^2+3x-2} - \frac{x+4}{x-1} = 0$$

SOLUZ.: CE.: $x \neq 2 \wedge x \neq 1$
 $x = -3$

$$35. \frac{2}{4x^2-1} + \frac{1}{2x^3-x^2-2x+1} + \frac{x}{1-x^2} = 0$$

SOLUZ.: CE.: $x \neq \pm \frac{1}{2} \wedge x \neq \pm 1$
 $x = \frac{1}{3}$

$$36. \frac{4}{3x} + \frac{4x+4}{(x+4)^2 - (x-2)^2} = \frac{x+4}{3x}$$

SOLUZ.: CE.: $x \neq 0 \wedge x \neq -1$
 INDETERM con $x \neq 0 \wedge x \neq -1$

Il 2° denominatore può essere scomposto come Differenza di 2 Quadrati. Potrebbe anche essere svolto e poi scomposto, ma il procedimento è più lungo.

$$37. \left[\frac{3+4x^2}{8x^3-1-12x^2+6x} - \frac{2(x+1)}{4x^2+1-4x} \right] \cdot (4x-2) = \frac{3}{2x-1}$$

SOLUZ.: CE.: $x \neq \frac{1}{2}$
 $x = \frac{13}{10}$

$$38. \frac{\frac{x^3-4x}{2x^2+7x+3}}{\frac{x^2+2x}{x^3+27}} = x^2 - 3x + 9$$

SOLUZ.: CE.: $x \neq -3 \wedge x \neq -\frac{1}{2} \wedge x \neq 0$
 Equazione IMPOSSIBILE

SVOLGIMENTO. L'equazione può essere così riscritta:

$$\frac{x^3-4x}{(x+3)(2x+1)} : \frac{x^2+2x}{x^3+27} = x^2 - 3x + 9$$

Studiamo il Campo di esistenza:

$$\left. \begin{array}{l} x+3 \neq 0 \quad x \neq -3 \\ 2x+1 \neq 0 \quad 2x \neq -1 \quad x \neq -\frac{1}{2} \\ x^3+27 \neq 0 \quad x^3 \neq -27 \quad x \neq -3 \end{array} \right\} \left\| \begin{array}{l} x \neq -3 \wedge x \neq -\frac{1}{2} \end{array} \right.$$

Quando si studia il Campo di Esistenza CAMBIARE RIGA tra un enunciato e l'altro ed evidenziare il risultato (come ho fatto io nelle righe qui sopra)

$$\frac{x(x^2-4)}{(x+3)(2x+1)} \cdot \frac{x^3+27}{x^2+2x} = x^2 - 3x + 9$$

$$\frac{x(x+2)(x-2)}{(x+3)(2x+1)} \cdot \frac{(x+3)(x^2+9-3x)}{x(x+2)} = x^2 - 3x + 9$$

$$\frac{(x-2)(x^2+9-3x)}{2x+1} = x^2 - 3x + 9. \text{ Dividendo entrambe i membri per } x^2 - 3x + 9, \text{ sar\`a}$$

$$\frac{x-2}{2x+1} = 1$$

$$x-2 = 2x+1$$

$$x-2x = 2+1$$

$$-x = 3$$

da cui $x = -3$ Non Accettabile.

Pertanto, l'equazione \u00e8 IMPOSSIBILE