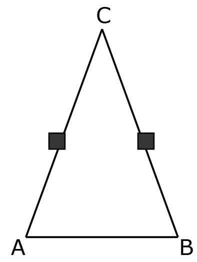
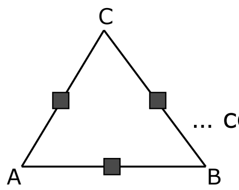
CLASSIFICAZIONE in base ai LATI

UN TRIANGOLO

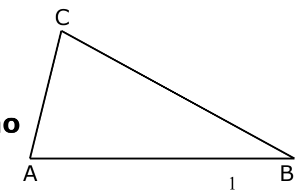


… con 2 lati congruenti si dice **isoscele**

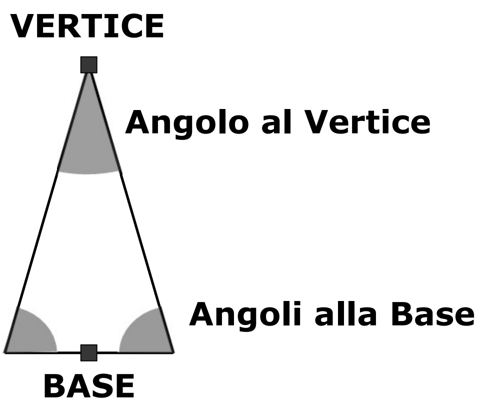


… con 3 lati congruenti si dice **equilatero**

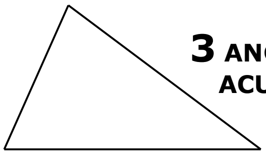
… con 3 lati NON congruenti si dice **scaleno**



Nel triangolo **isoscele**

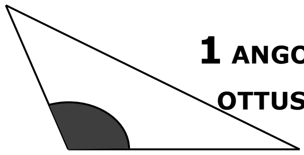


CLASSIFICAZIONE in base agli **ANGOLI**



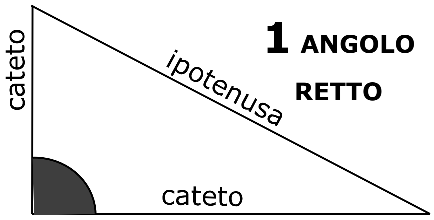
3 ANGOLI ACUTI

ACUTANGOLO



1 ANGOLO OTTUSO

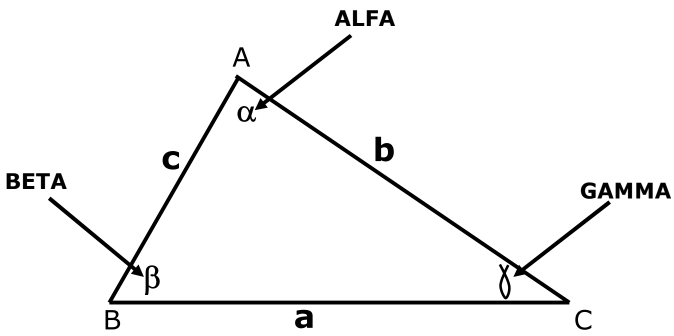
OTTUSANGOLO



1 ANGOLO RETTO

RETTANGOLO

CONVENZIONE

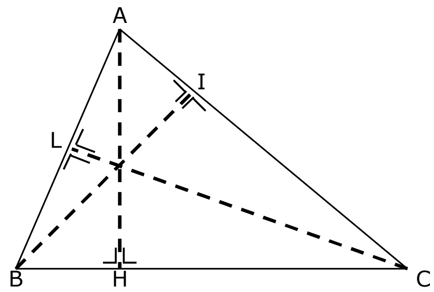


δ ← **DELTA**

ALTEZZA

Si definisce ALTEZZA di un triangolo il segmento di perpendicolare che ha:

1. un estremo nel vertice (A)
2. l'altro sulla retta del lato opposto (H)



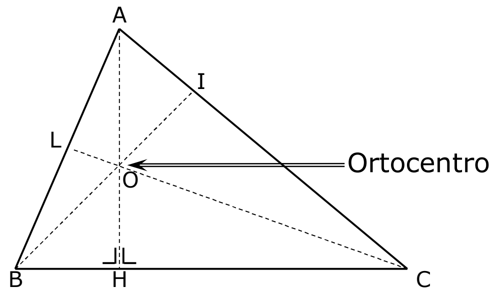
Simbolo ⊥ ∟

In un triangolo le ALTEZZE sono 3

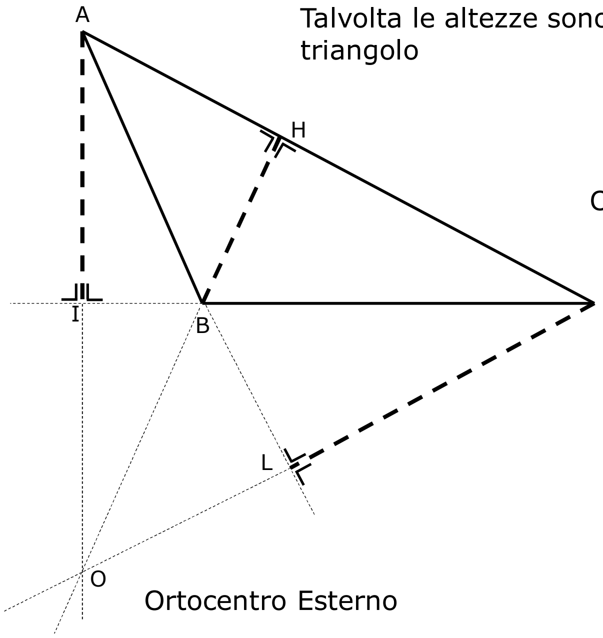
5

ORTOCENTRO

E' il punto di incontro delle tre altezze di un triangolo



6



Talvolta le altezze sono esterne al triangolo

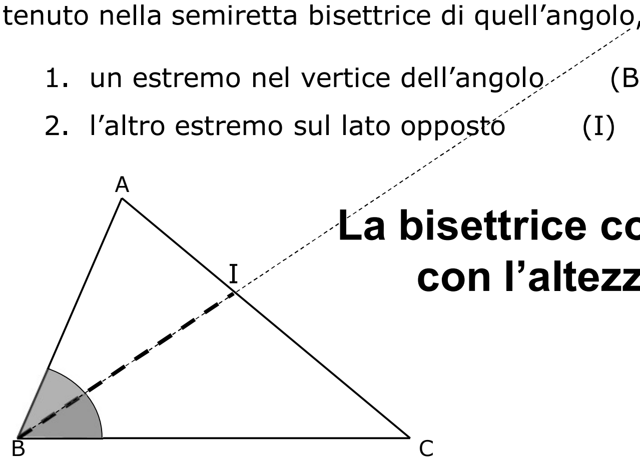
Nei triangoli OTTUSANGOLI

Ortocentro Esterno

BISETTRICE

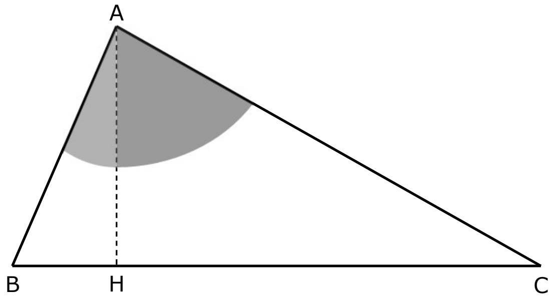
La BISETTRICE di un angolo di un triangolo è il segmento, contenuto nella semiretta bisettrice di quell'angolo, che ha

1. un estremo nel vertice dell'angolo (B)
2. l'altro estremo sul lato opposto (I)



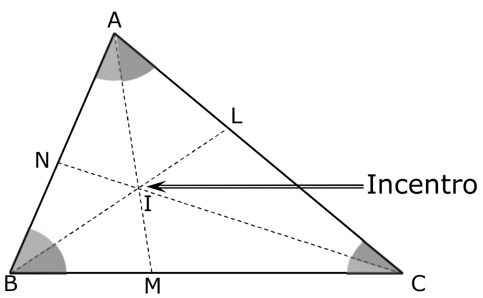
La bisettrice coincide con l'altezza?

La bisettrice
NON
coincide con l'altezza



INCENTRO

E' il punto di incontro delle tre bisettrici di un triangolo

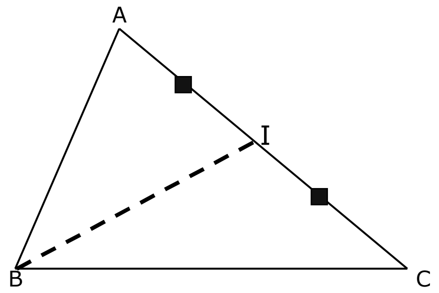


MEDIANA

Si definisce MEDIANA di un triangolo relativa al lato

il segmento che congiunge

1. il punto medio di quel lato (I)
2. con il vertice opposto (B)

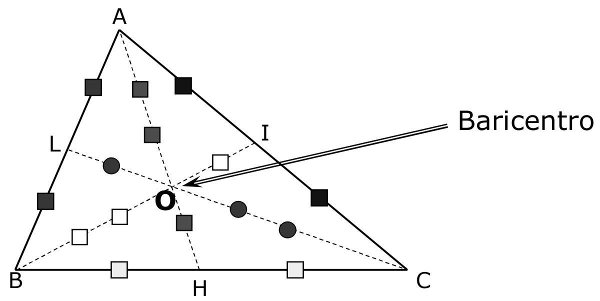


BARICENTRO

E’ il punto di incontro delle tre mediane di un triangolo

Il baricentro divide ciascuna mediana in 2 parti,

di cui quella contenente il vertice è doppia dell’altra



Per cui:

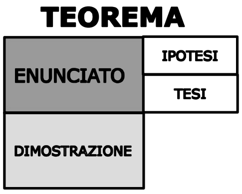
OA=2OH

OB=2OI

OC=2OL

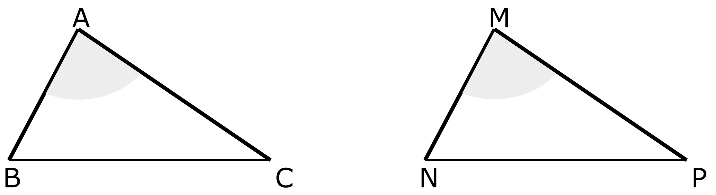
PRIMO CRITERIO DI CONGRUENZA

Se 2 triangoli hanno rispettivamente congruenti



1) 2 lati
2) l’angolo tra essi compreso

ALLORA i 2 triangoli sono congruenti



PRIMO CRITERIO DI CONGRUENZA

Ipotesi:

1. $\overline{AB} \cong \overline{MN}$
2. $\overline{AC} \cong \overline{MP}$
3. $\hat{A} \cong \hat{M}$

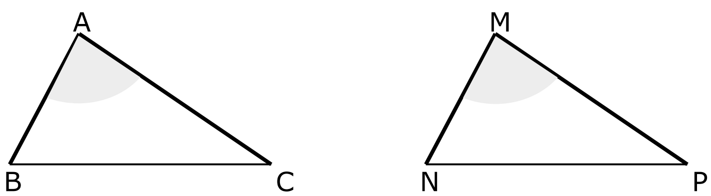
Tesi:

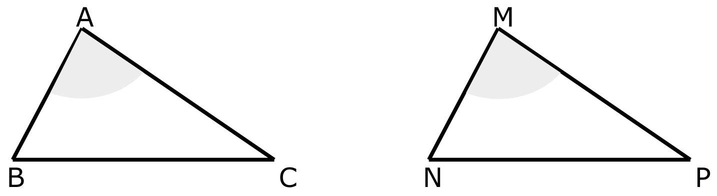
$\overset{\Delta}{ABC} \cong \overset{\Delta}{MNP}$

Antecedente

ENUNCIATO

Conseguente





∧ AND

∨ OR

→ SE ... ALLORA ...

Nel linguaggio della LOGICA

$$\left(\left(\overline{AB} \cong \overline{MN} \wedge \overline{AC} \cong \overline{MP}\right) \wedge \hat{A} \cong \hat{M}\right) \rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \cong \overset{\Delta}{MNP}$$

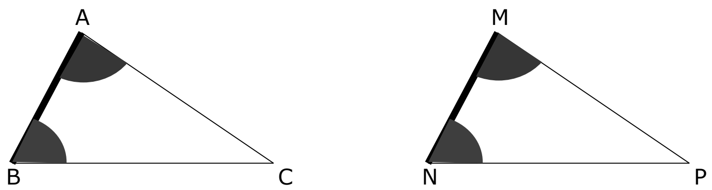
15

SECONDO CRITERIO DI CONGRUENZA

Se 2 triangoli hanno rispettivamente congruenti

1) 2 angoli
2) il lato tra essi compreso

ALLORA i 2 triangoli sono congruenti



16

SECONDO CRITERIO DI CONGRUENZA

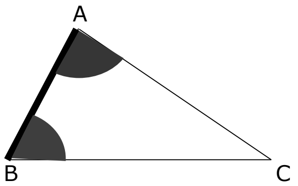
Ipotesi:

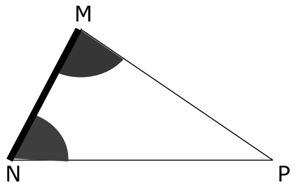
1. $\hat{A} \cong \hat{M}$
2. $\hat{B} \cong \hat{N}$ Antecedente
3. $\overline{AB} \cong \overline{MN}$

Tesi:

$\overset{\Delta}{ABC} \cong \overset{\Delta}{MNP}$ Conseguente

$$\boxed{\left(\left(\overline{AB} \cong \overline{MN} \wedge \hat{B} \cong \hat{N}\right) \wedge \hat{A} \cong \hat{M}\right) \rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \cong \overset{\Delta}{MNP}}$$





TEOREMA

Se un triangolo è isoscele

ALLORA

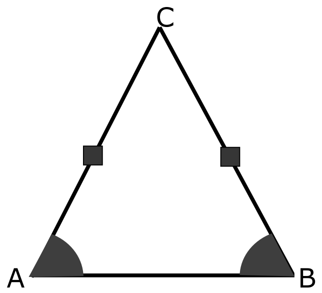
gli angoli alla base sono congruenti

Ipotesi:

$\overline{CA} \cong \overline{CB}$ **(isoscele)**

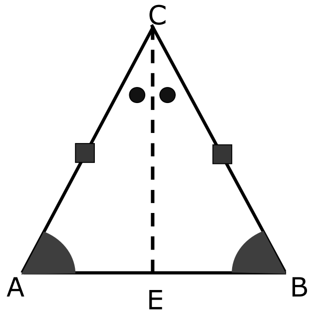
Tesi:

$\hat{A} \cong \hat{B}$



Ipotesi: $\overline{CA} \cong \overline{CB}$ **Tesi:** $\hat{A} \cong \hat{B}$

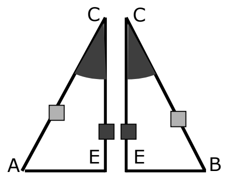
DIM.



Costruisco la bisettrice $\overline{CE}$

I triangoli $\overset{\Delta}{ACE}$ e $\overset{\Delta}{BCE}$ hanno :

1. $\overline{CE}$ in comune
2. $\overline{CA} \cong \overline{CB}$ per ipotesi
3. gli angoli $A\hat{C}E \cong B\hat{C}E$ per costruzione



Quindi i 2 triangoli $\overset{\Delta}{ACE}$ e $\overset{\Delta}{BCE}$ sono congruenti per il primo criterio

Quindi $\hat{A} \cong \hat{B}$ Questa è la **Tesi**

TEOREMA 4 | Inverso del Teorema 2

Se un triangolo ha **due angoli congruenti**, allora è **isoscele**.

IPOTESI $\widehat{A} \cong \widehat{B}$ (**Fig. 25**) **TESI** $AC \cong BC$

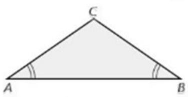


Figura 25

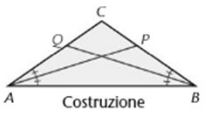


Figura 26

DIMOSTRAZIONE

COSTRUZIONE PRELIMINARE

Tracciamo le *bisettrici* AP e BQ dei due angoli $\widehat{A}$ e $\widehat{B}$ del triangolo (**Fig. 26**).

Analizziamo i triangoli *ABQ* e *ABP*

I due triangoli ABQ e ABP hanno (**Fig. 27**):

- AB in comune
- $Q\widehat{A}B \cong P\widehat{B}A$ per ipotesi
- $Q\widehat{B}A \cong P\widehat{A}B$ perché metà di angoli congruenti

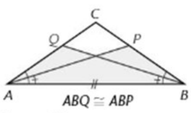


Figura 27

Dunque sono congruenti per il *secondo criterio* di congruenza. In particolare:

$AP \cong BQ$ e $A\widehat{Q}B \cong A\widehat{P}B$

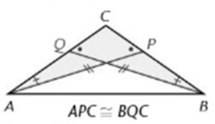


Figura 28

Analizziamo i triangoli *APC* e *BQC*

I triangoli APC e BQC hanno (**Fig. 28**):

- $AP \cong BQ$ per la dimostrazione precedente
- $C\widehat{A}P \cong C\widehat{B}Q$ perché metà di angoli congruenti
- $C\widehat{P}A \cong C\widehat{Q}B$ perché supplementari degli angoli $A\widehat{P}B$ e $A\widehat{Q}B$, congruenti per la dimostrazione precedente

Dunque sono congruenti per il *secondo criterio* di congruenza. In particolare:

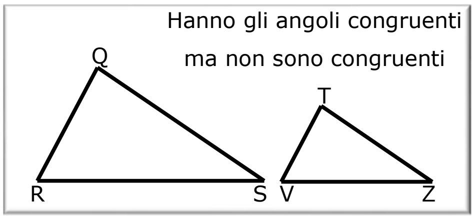
$AC \cong BC$

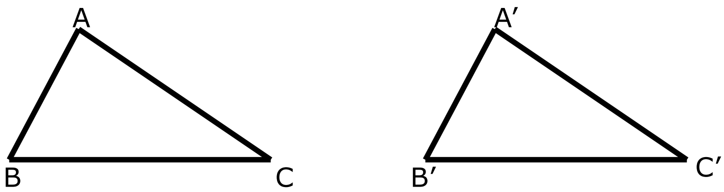
TERZO CRITERIO DI CONGRUENZA

Se 2 triangoli hanno rispettivamente congruenti i 3 lati

ALLORA

i 2 triangoli sono congruenti





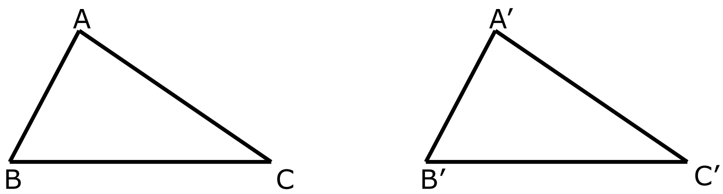
Ipotesi:

1. $\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$
2. $\overline{AC} \cong \overline{A'C'}$
3. $\overline{BC} \cong \overline{B'C'}$

$$\boxed{\left(\left(\overline{AB} \cong \overline{A'B'} \ \wedge \ \overline{BC} \cong \overline{B'C'}\right) \ \wedge \ \overline{AC} \cong \overline{A'C'}\right) \rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \cong \overset{\Delta}{A'B'C'}}$$

Tesi:

$\overset{\Delta}{ABC} \cong \overset{\Delta}{A'B'C'}$

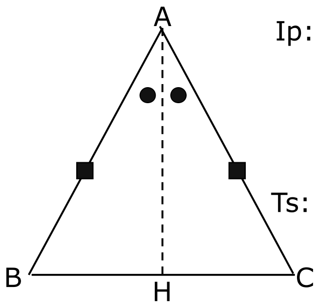


TEOREMA

Se un triangolo è isoscele

ALLORA

la **bisettrice** al vertice è anche mediana e altezza



Ip: AB e AC congruenti

AH bisettrice

Ts: 1) AH mediana

2) AH altezza

$AB \cong AC$

$B\hat{A}H \cong C\hat{A}H$

$\overline{BH} \cong \overline{CH}$

$AH \perp BC$

simbolo per perpendicolare

TEOREMA

Ip: AB e AC congruenti

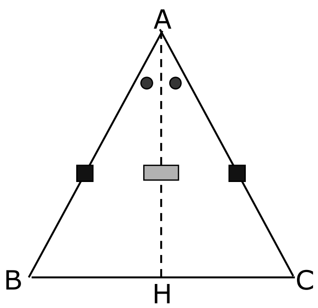
AH bisettrice

Ts: 1) AH mediana

2) AH altezza

DIM.:

I triangoli BAH e HAC sono congruenti (Primo Crit.)



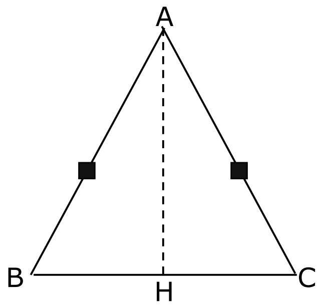
quindi BH e CH sono congruenti (tesi 1)

gli angoli BHA e CHA sono congruenti

e quindi retti (tesi 2)

Conclusione

In un triangolo ISOSCELE l'altezza, la bisettrice e la mediana coincidono



FINE