PROF. MARIO ANTONUZZI
Liceo Scientifico VITTORINI - MILANO

INSIEME

Raccolta, collezione di elementi

PROVINCE DEL TRENTINO - ALTO ADIGE

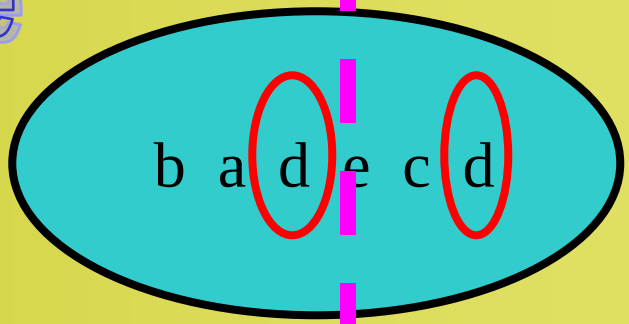
Le prime 5 LETTERE dell'ALFABETO

MILANO BRESCIA MONZA

E CHE NE SO?

Caratteristiche di un insieme

- **Elementi distinti**



- **Inequivocabilità dell'appartenenza**

Città della Lombardia
con più di 100.000 abitanti

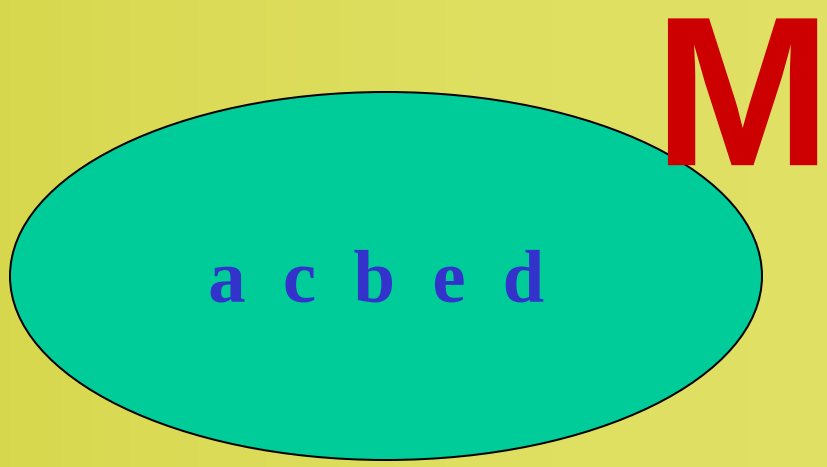
SI

Città della Lombardia
grandi

NO

Gli insiemi si indicano con lettera **maiuscola**

Gli elementi si indicano con lettera **minuscola**



- Simbolo di **appartenenza** $\in$
- Simbolo di **NON appartenenza** $\notin$

$a \in M \quad b \in M \qquad f \notin M \quad z \notin M$

3 Tipi Di Rappresentazione

- **Rappresentazione GEOMETRICA**

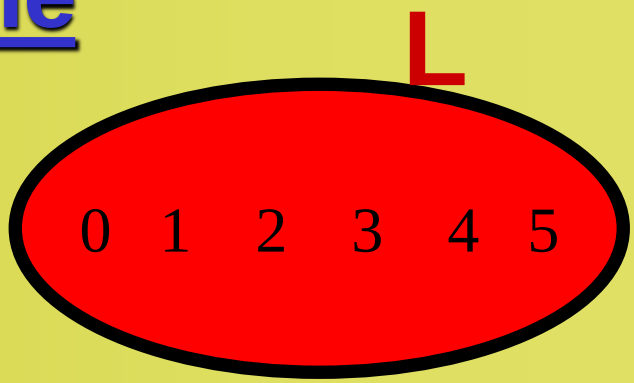


Diagramma di Eulero-Venn

- **Rappresentazione ESTENSIVA** **L={0, 1, 2, 3, 4, 5}**

uso di { } ,

- **Rappresentazione INTENSIVA** **L={x ∈ N | x<6}**

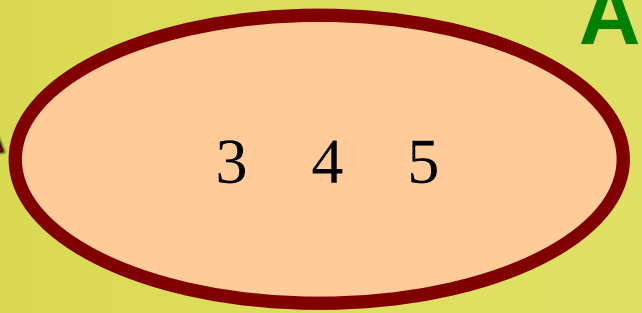
tali che

ESERCIZIO

- **Rappresentare** $A=\{x \in N \mid 2<x<6\}$

- **Rappresentazione GEOMETRICA**

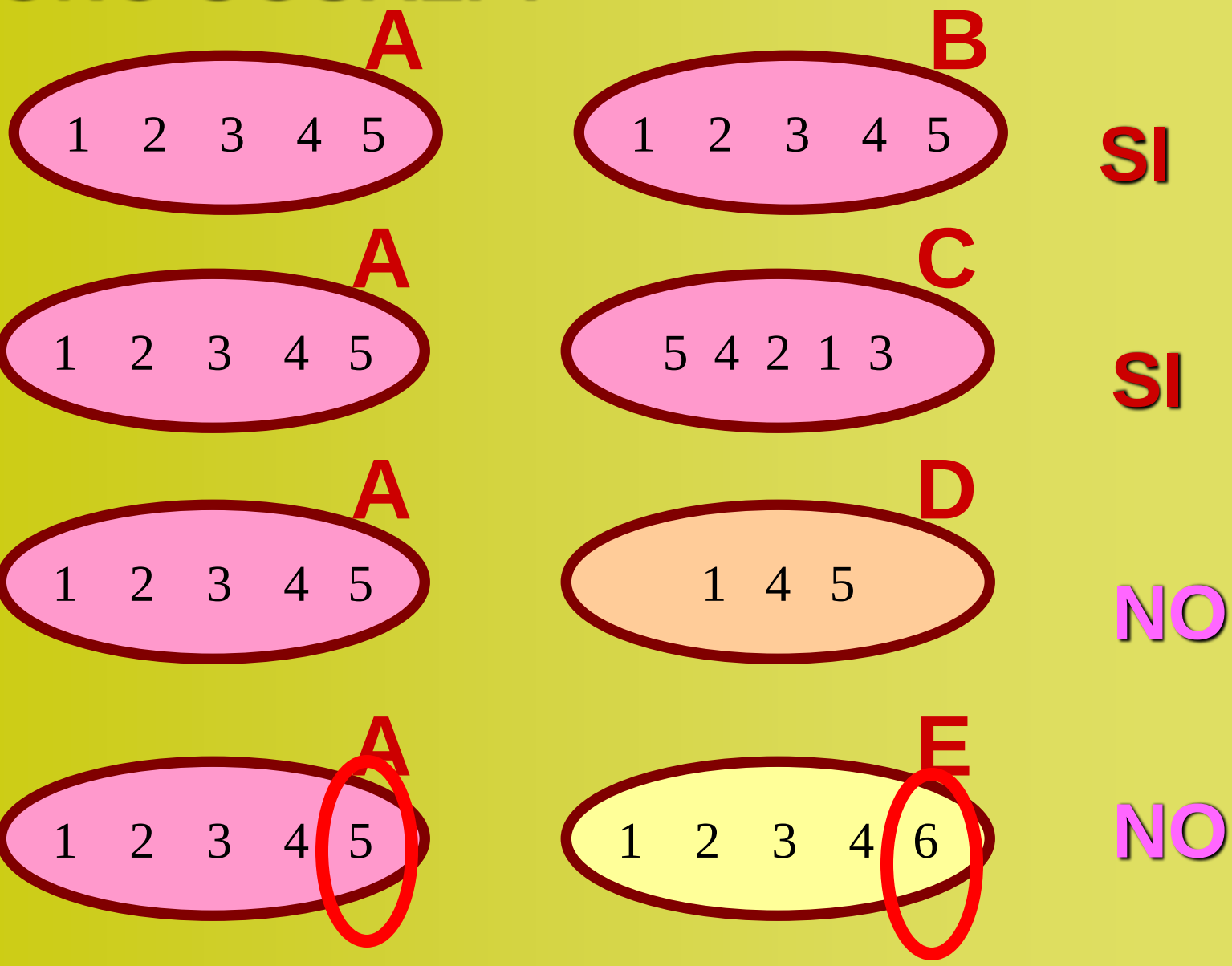
  Eulero-Venn



- **Rappresentazione ESTENSIVA** $A=\{3, 4, 5\}$

- **E la rappresentazione INTENSIVA?**

SONO UGUALI ?


A
1 2 3 4 5
B
1 2 3 4 5
SI
A
1 2 3 4 5
C
5 4 2 1 3
SI
A
1 2 3 4 5
D
1 4 5
NO
A
1 2 3 4 5
E
1 2 3 4 6
NO

SONO INSIEMI?

Numeri dispari >8

SI. Equivale a {9, 11, 13, 15, ...}

Tutti i gatti di Milano

SI

Gatti a 12 zampe

SI. E' l'insieme VUOTO

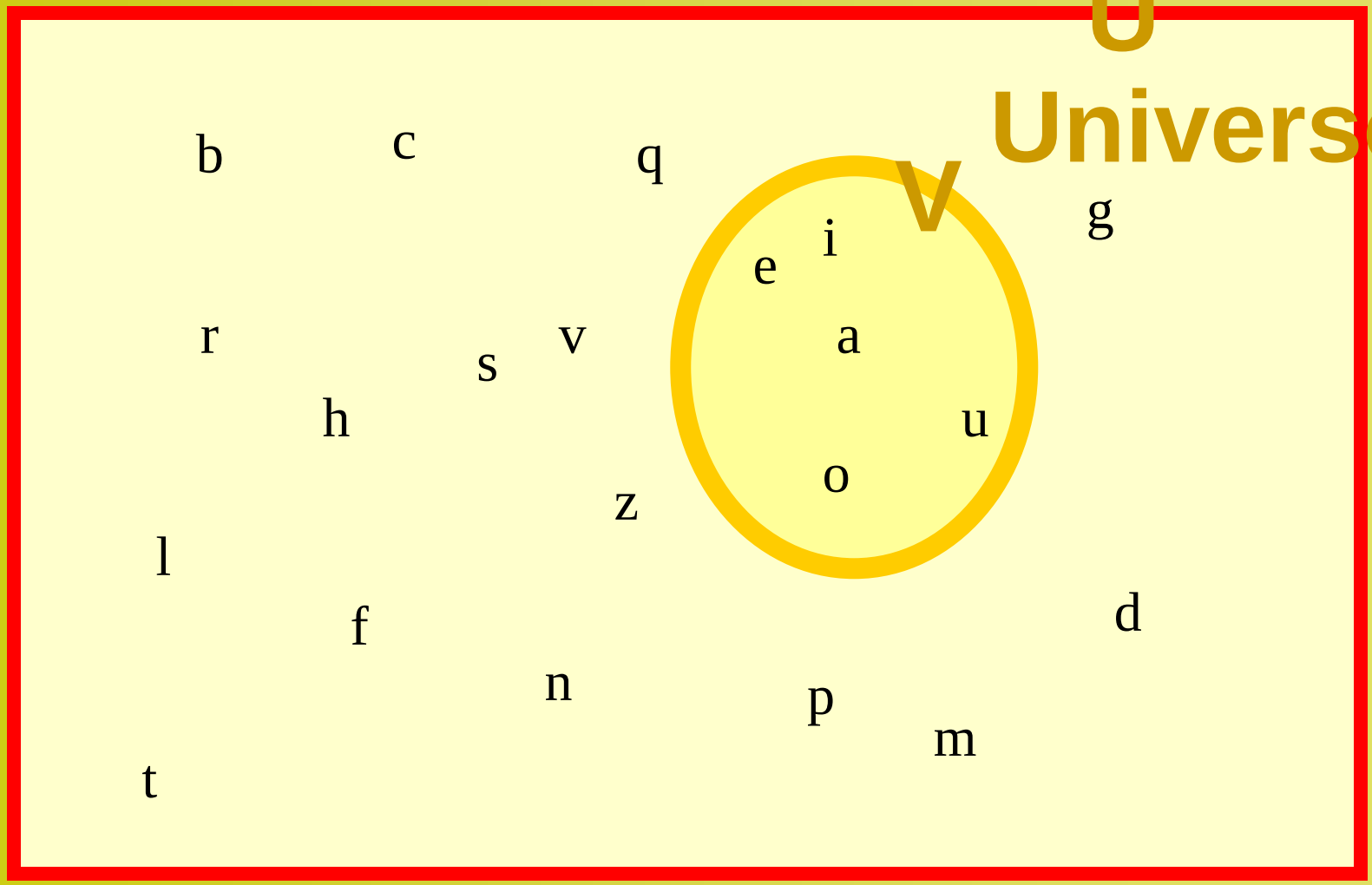
Numeri Naturali il cui quadrato è -1

SI. E' l'insieme VUOTO

FINE-1

Insieme delle VOCALI

Ambiente U Universo

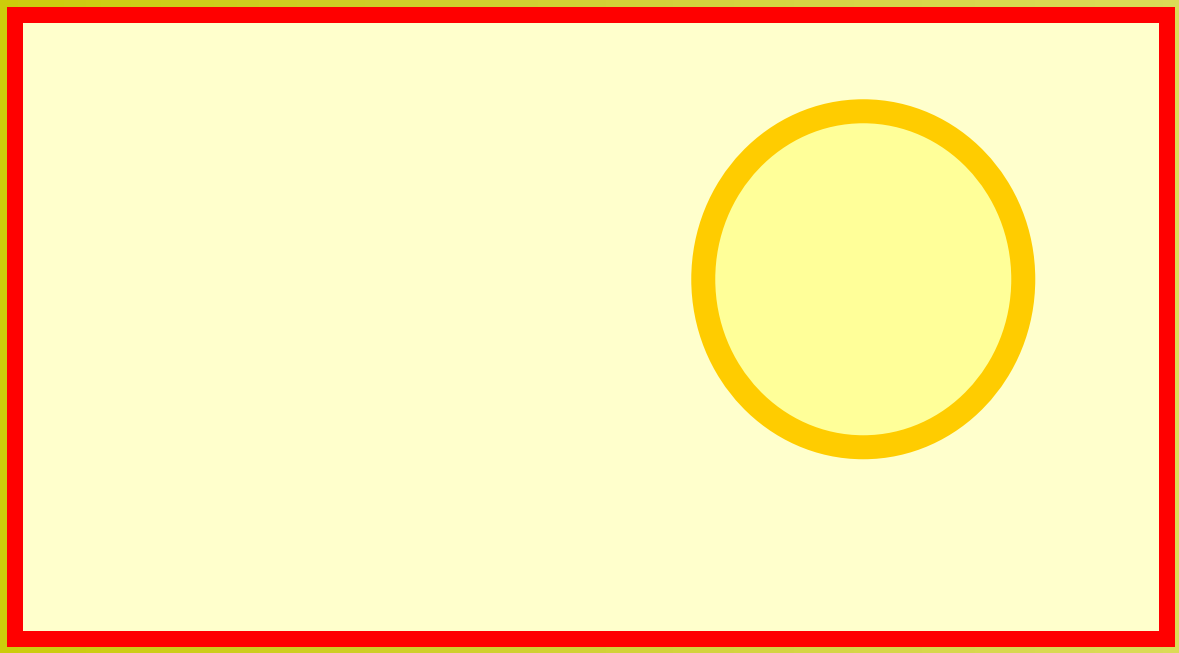


Gatti a 12 zampe

Numeri Naturali il cui quadrato è -1

Insiemi **VUOTI**

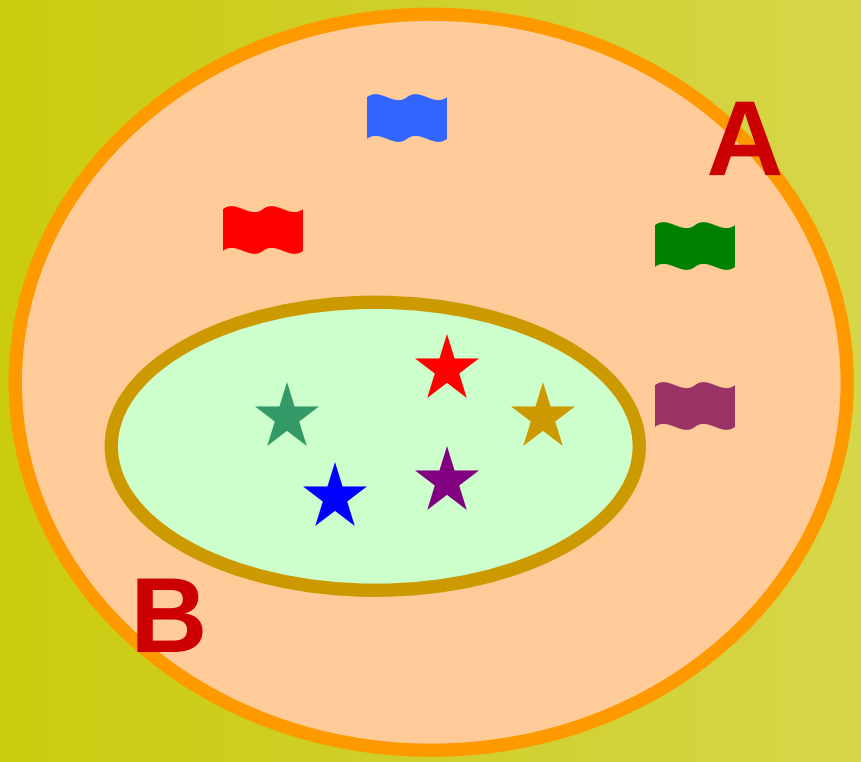
$\emptyset$



Insieme

UNIVERSO

U



B sotto - insieme di A

Ogni elemento di B è anche elemento di A

CONTENIMENTO IN SENSO STRETTO

$B \subset A$ **B è contenuto in A**

$A \supset B$ **A contiene B**

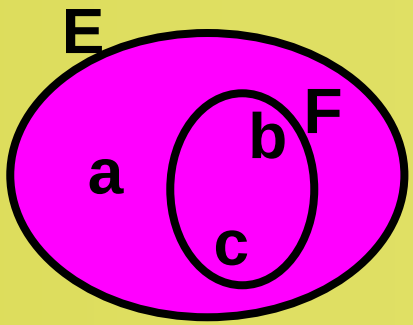
CONTENIMENTO IN SENSO NON STRETTO

$B \subseteq A$ **B è contenuto in A**

$A \supseteq B$ **A contiene B**

F SOTTOINSIEME ***PROPRIO*** DI E

E SOTTOINSIEME ***IMPROPRIO*** DI E



E' CORRETTO

$a \in E$ $a \notin F$

$\{b, c\} \subset E$

$\{b\} \subset E$

$F \subset E$ $F \subseteq E$

$E \subseteq E$

E' SCORRETTO

$a \subset E$

$\{ a \} \in E$

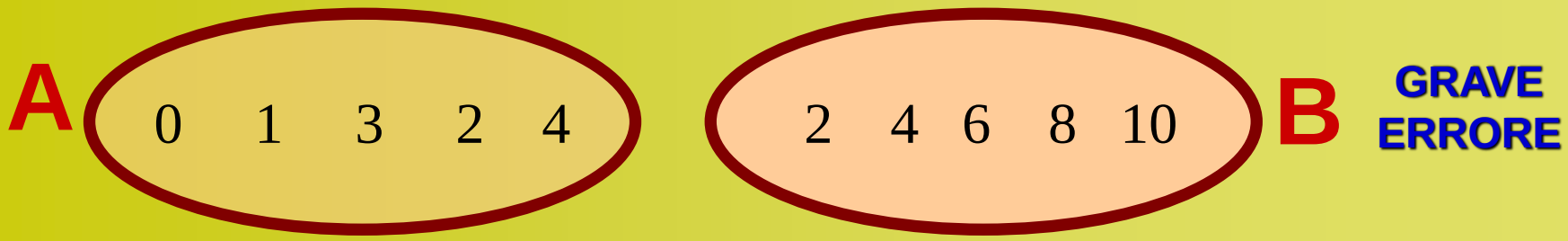
$F \in E$

$E \subset E$

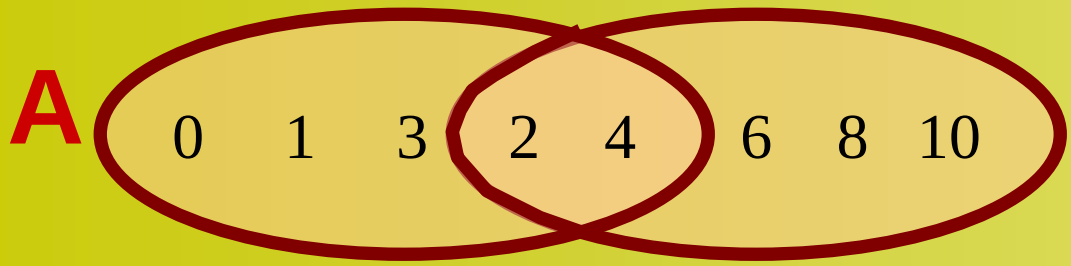
Siano A = {primi 5 numeri naturali} = {0, 1, 2, 3, 4}

B = {numeri pari tra 2 e 10} = {2, 4, 6, 8, 10}

COME LI RAPPRESENTIAMO?

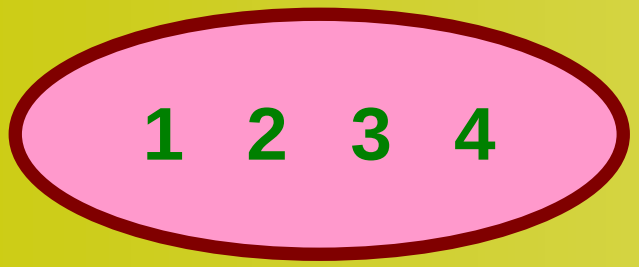


GRAVE ERRORE



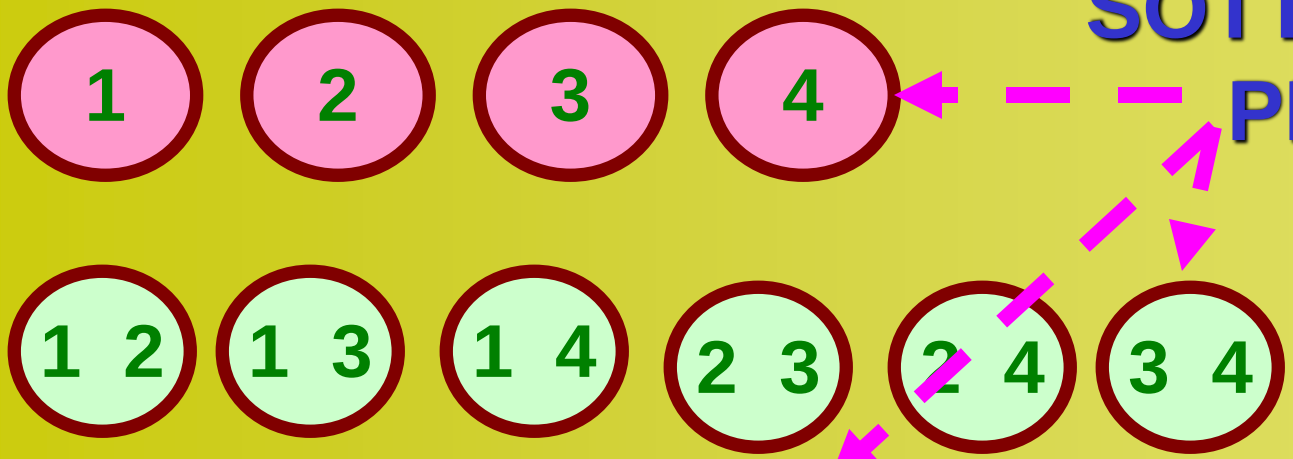
RAPPRESENTAZIONE CORRETTA

FINE-2



QUALI SONO I SUOI SOTTOINSIEMI?

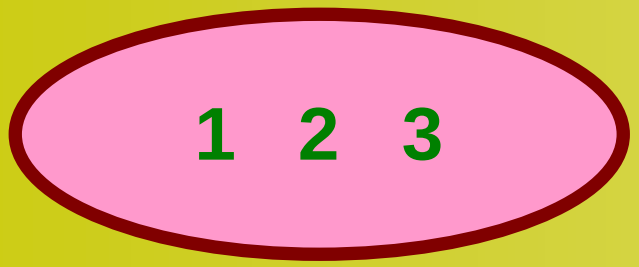
SOTTOINSIEMI PROPRI

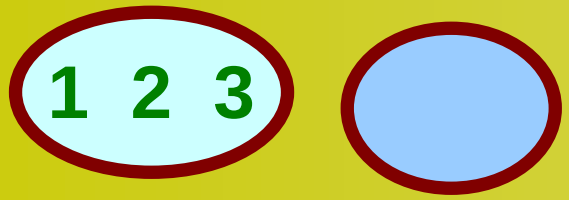


16 SOTTOINSIEMI

SOTTOINSIEMI DI CARDINALITA' 3

SOTTOINSIEMI IMPROPRI o BANALI





QUANTI SONO I SUOI SOTTOINSIEMI?

8

SOTTOINSIEMI

1 2 3 4 5

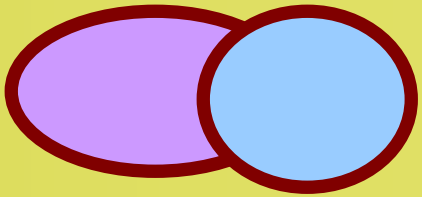
QUANTI SONO I SUOI SOTTOINSIEMI?

1 2 3 4 5

5 +10 +10 +5 +2 =32

1 2 1 3 1 4 1 5 2 3 2 4 2 5 3 4 3 5 4 5

1 2 3 1 2 4 1 2 5 1 3 4 1 3 5



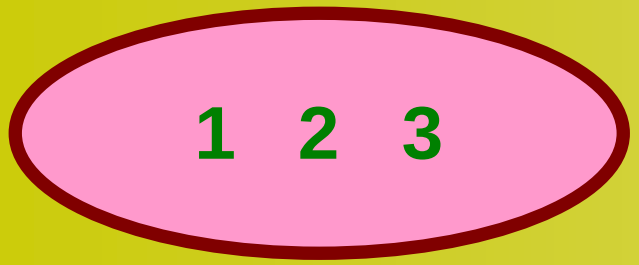
1 4 5 2 3 4 2 3 5 2 4 5 3 4 5

1 2 3 4 1 2 3 5 1 2 4 5 1 3 4 5 2 3 4 5

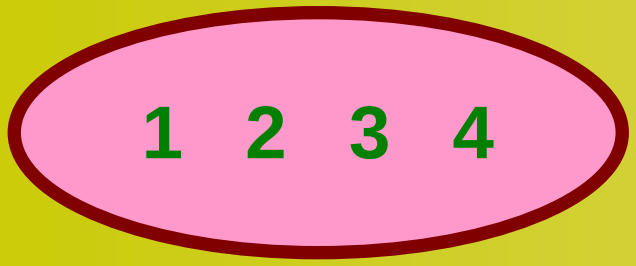
SOTTOINSIEMI DI CARDINALITA' 4

SOTTOINSIEMI IMPROPRI

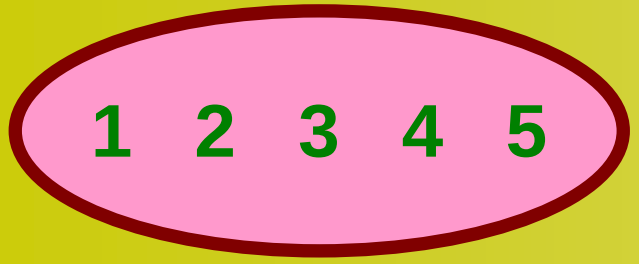
QUANTI SONO I SOTTOINSIEMI?



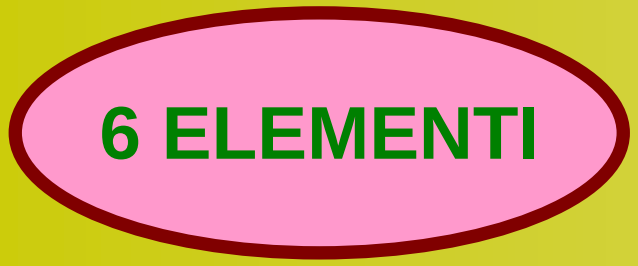
8 SOTTOINSIEMI



16 SOTTOINSIEMI



32 SOTTONSIEMI



$2^6 = 64$
SOTTONSIEMI

1 2 3 4 5

$2^5 = 32$

SOTTONSIEMI

- 30 SOTTONSIEMI PROPRI
- 2 SOTTOINSIEMI IMPROPRI

6 ELEMENTI

$2^6 = 64$

SOTTONSIEMI

- 62 SOTTONSIEMI PROPRI
- 2 SOTTOINSIEMI IMPROPRI

n ELEMENTI

2^n

SOTTONSIEMI

- 2^n-2 SOTTONSIEMI PROPRI
- 2 SOTTOINSIEMI IMPROPRI

Siano $A = \{9; 11; 13; 15; 17\}$

$B = \{11; 13; 17\}$

B è un sottoinsieme PROPRIO di A?

1. Ogni elemento di B è anche elemento di A

È vero essendo $11 \in B$ e $11 \in A$

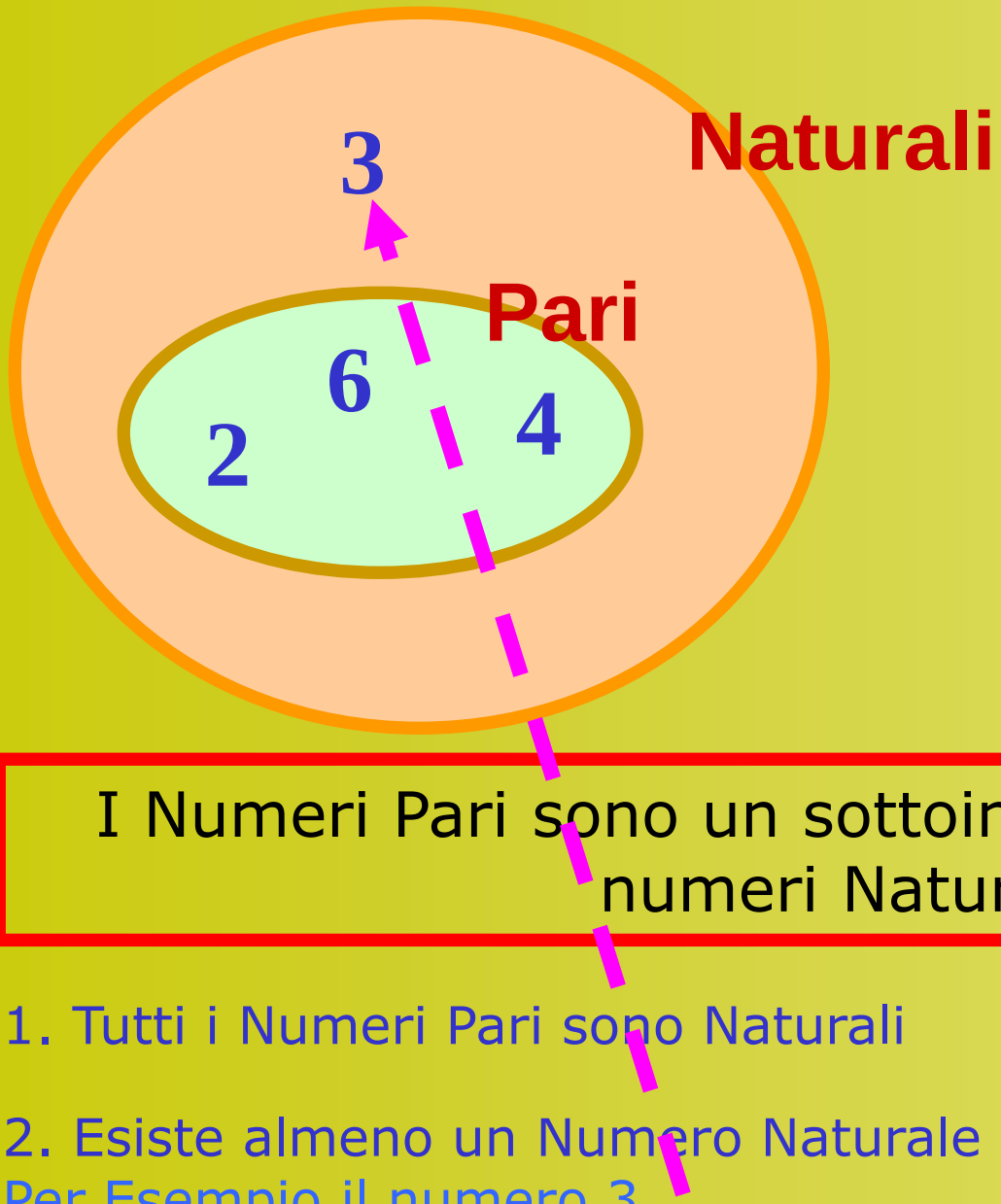
$13 \in B$ e $13 \in A$

$17 \in B$ e $17 \in A$

2. Esiste almeno un elemento di A che non è elemento di B

È vero essendo $9 \in A$ e $9 \notin B$

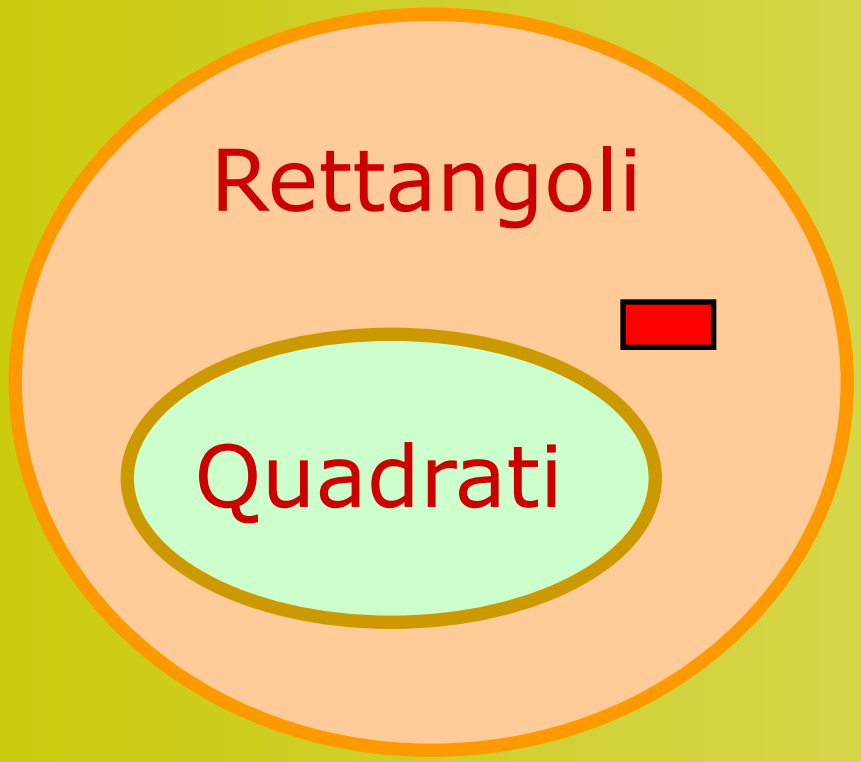
PROF. MARIO ANTONUZZI
Liceo Scientifico VITTORINI - MILANO

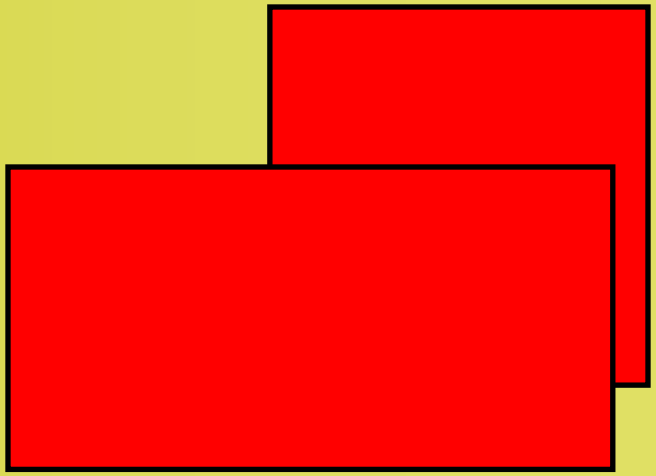


I Numeri Pari sono un sottoinsieme PROPRIO dei numeri Naturali?

1. Tutti i Numeri Pari sono Naturali

2. Esiste almeno un Numero Naturale che non è Pari
Per Esempio il numero 3



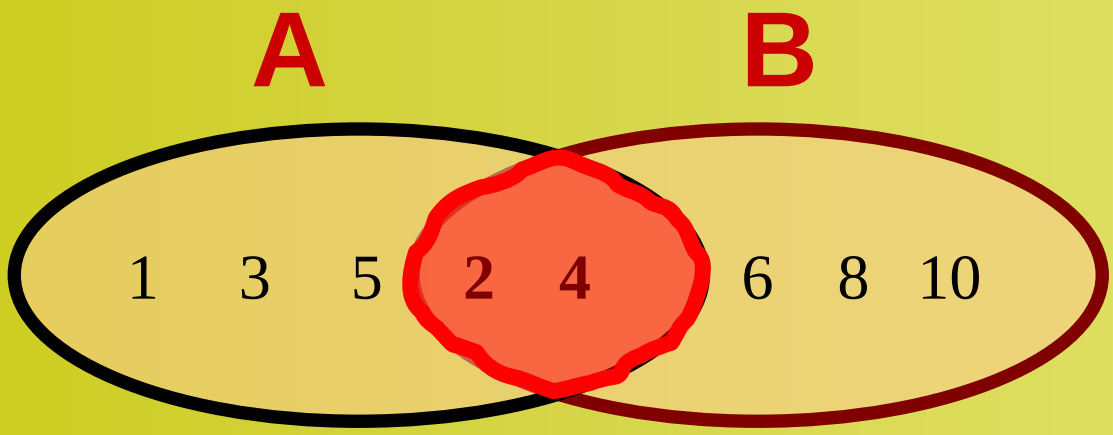


I QUADRATI sono un sottoinsieme **PROPRIO** dei RETTANGOLI?

1. Tutti i QUADRATI sono RETTANGOLI

2. Esiste almeno un RETTANGOLO che non è un QUADRATO

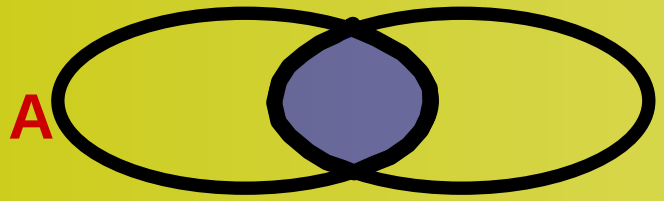
INTERSEZIONE $A \cap B$



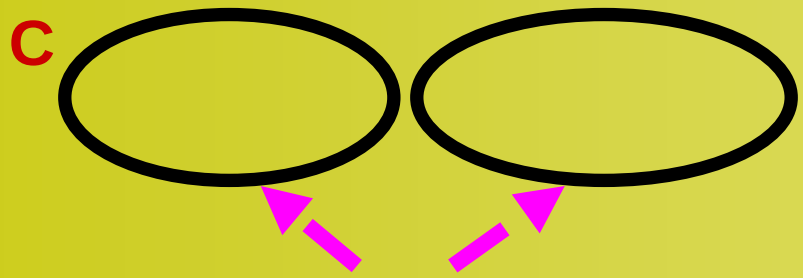
INDICA GLI ELEMENTI CHE STANNO SIA IN A CHE IN B

3 CASI POSSIBILI:

CASO 1



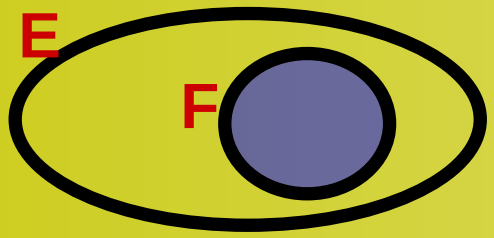
CASO 2



INTERSEZIONE VUOTA

Insiemi DISGIUNTI

CASO 3



F SOTTOINSIEME DI E

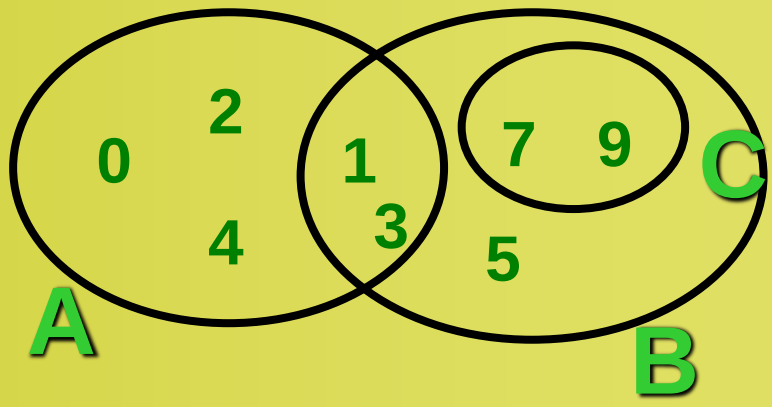
- Siano $A=\{0, 1, 2, 3, 4\}$ $B=\{1, 3, 5, 7, 9\}$

$C=\{7, 9\}$

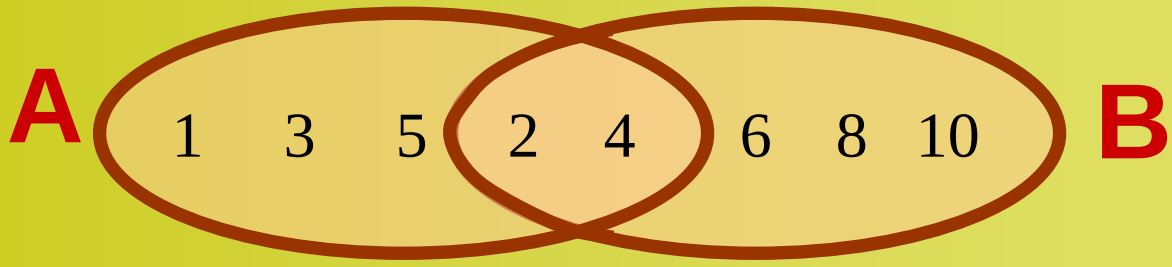
$A \cap B = \{1, 3\}$

$B \cap C = \{7, 9\}$

$A \cap C = \{\ \}$



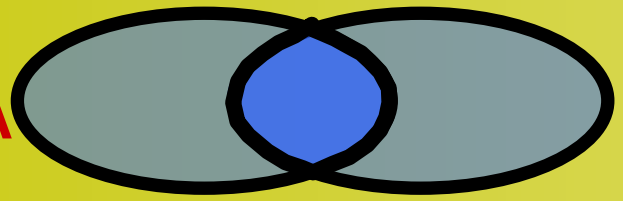
UNIONE $A \cup B$



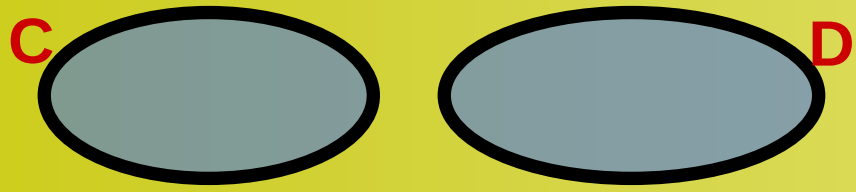
INDICA GLI ELEMENTI CHE STANNO
in A
oppure in B

3 CASI POSSIBILI:

CASO 1

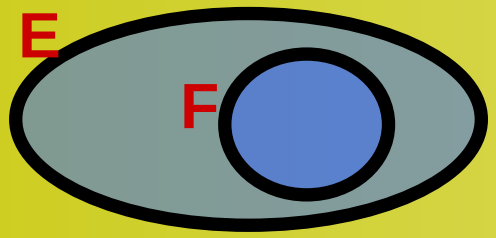


CASO 2



INTERSEZIONE VUOTA

CASO 3



F SOTTOINSIEME DI E

- Siano $A=\{0, 1, 2, 3, 4\}$ $B=\{1, 3, 5, 7, 9\}$

  $C=\{7, 9\}$

$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$

$B \cup C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$A \cup C = \{0, 1, 2, 3, 4, 7, 9\}$

VERO o FALSO?

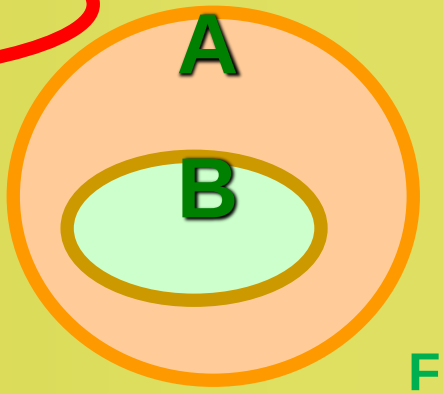
Gli studenti alti di questa classe sono un insieme — **F**

A ha 12 elementi ed è sottoinsieme di B. B ha almeno 12 elementi — **V**

Se un insieme ha 5 elementi allora ha 5 sottoinsiemi — **F**

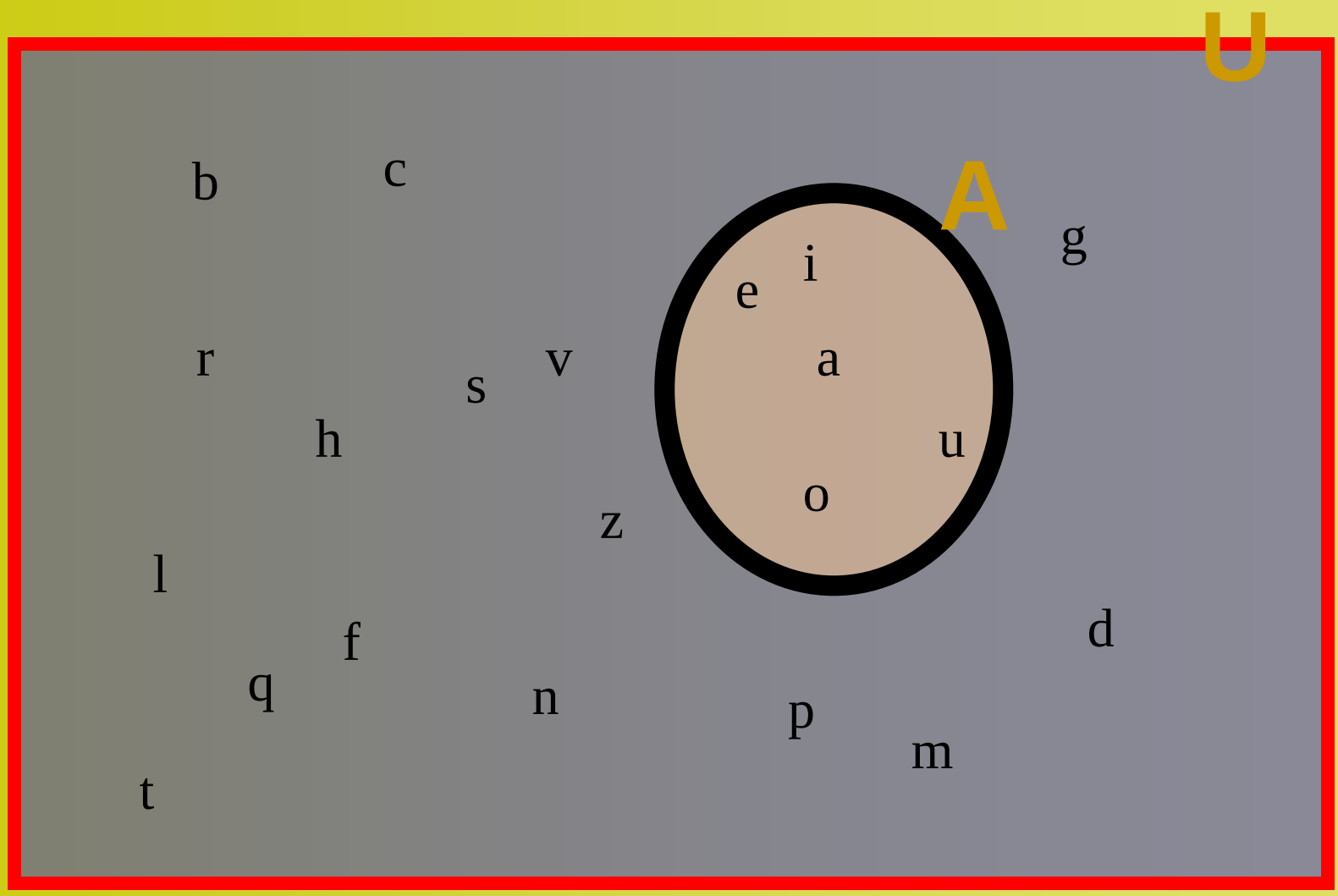
1 2 3 4 5

Se $A \cup B = A$ allora B è vuoto — **F**



FINE-4

INSIEME COMPLEMENTARE $\overline{A}$



•Sia $U = \{\text{Numeri naturali di una cifra}\}$

$A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

La rappresentazione estensiva di U è

$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

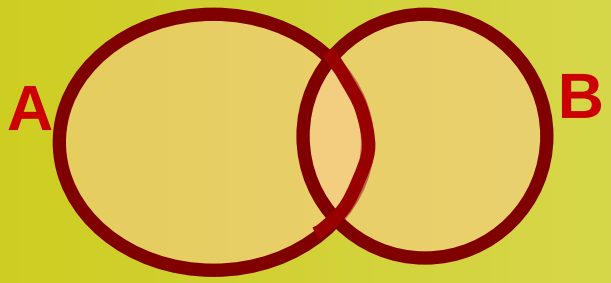
$\overline{A} = \{0, 1, 2, 8, 9\} = C_U A$

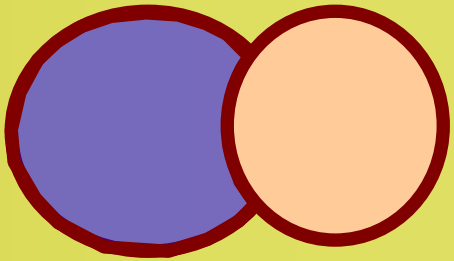
COMPLEMENTARE DI A – RISPETTO A U

INSIEME DIFFERENZA A - B

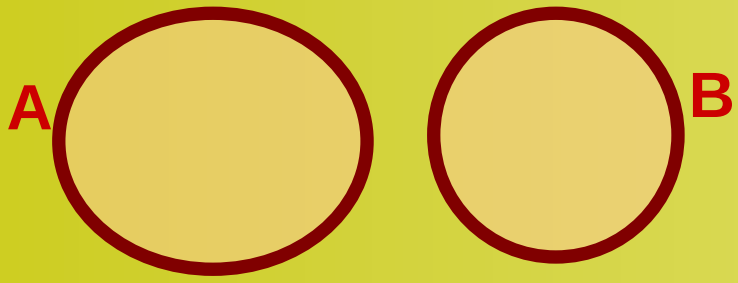
Indica gli elementi di A che NON sono elementi di B

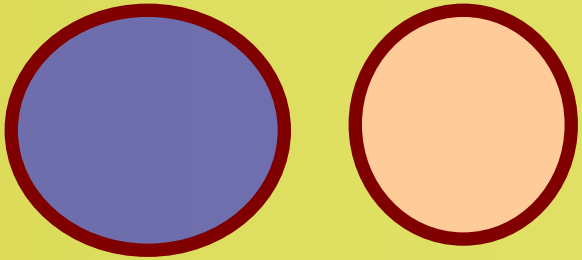
CASO 1



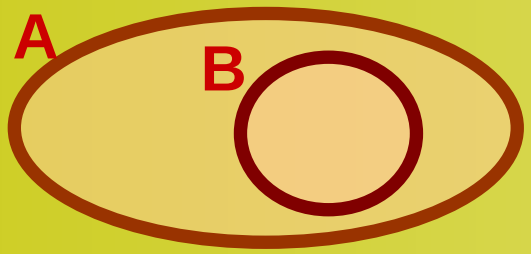


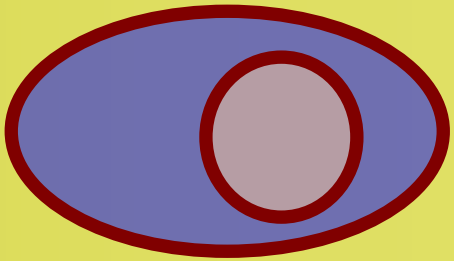
CASO 2





CASO 3





ESERCIZIO 1

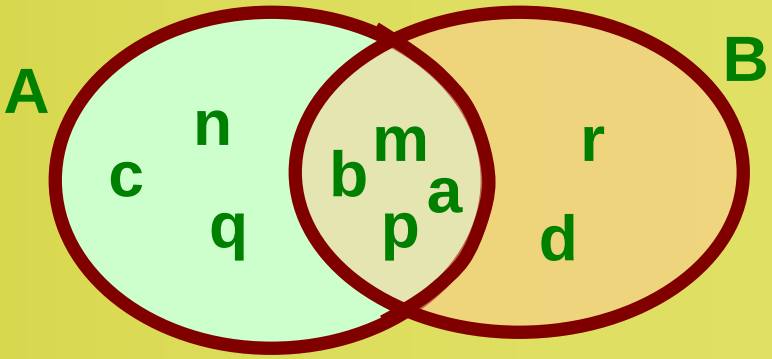
- **Sia** $A=\{m, n, p, q, a, b, c\}$ $B=\{m, p, r, a, b, d\}$

$A \cap B = \{m, p, a, b\}$

$A \cup B = \{m, n, p, q, r, a, b, c, d\}$

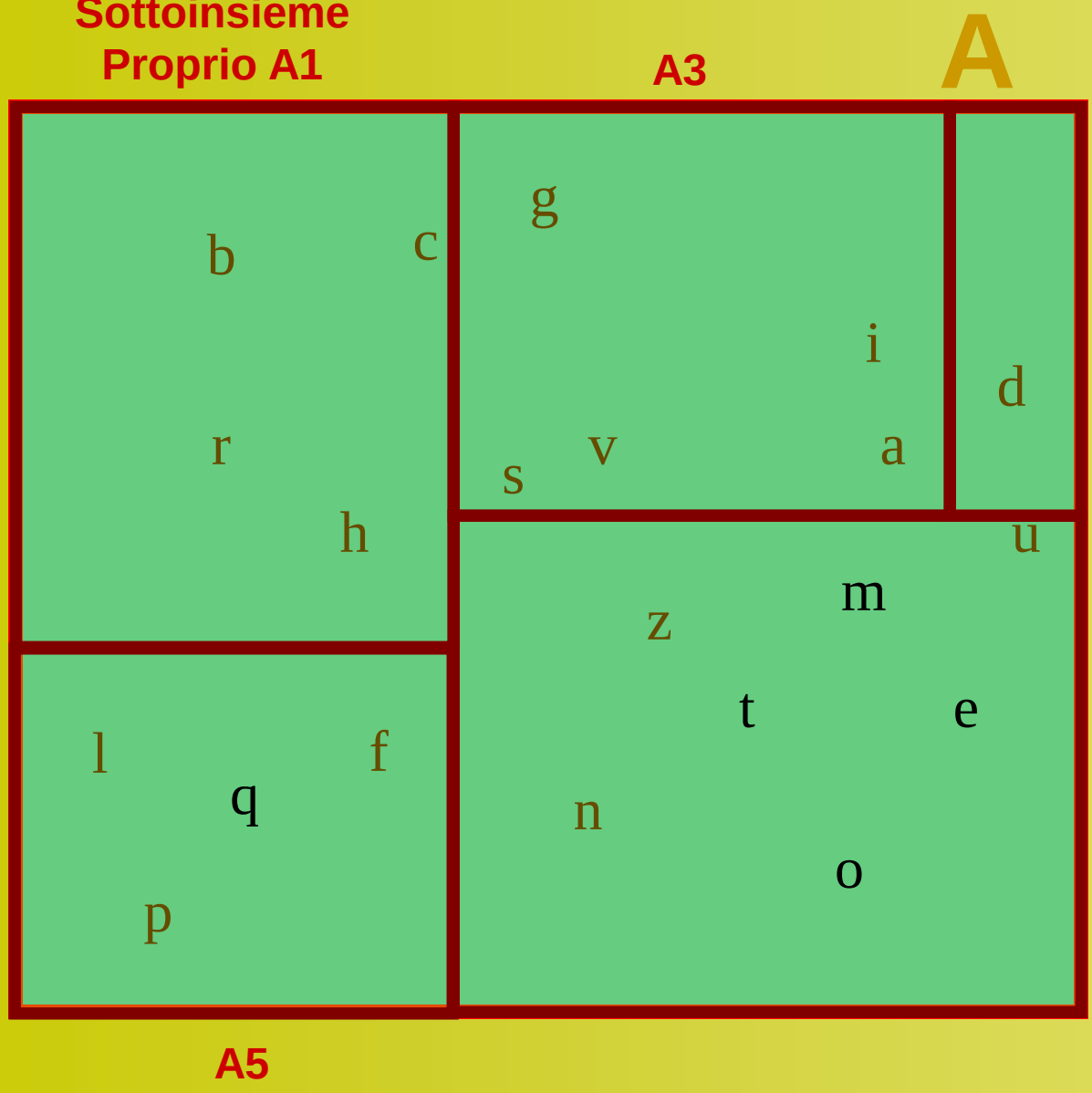
$A - B = \{n, q, c\}$

$B - A = \{r, d\}$



$\overline{A} = \{$Tutte le lettere dell'alfabeto tranne m, n, p, q, a, b, c$\}$

PARTIZIONE DI UN INSIEME



A1, A2, A3, A4, A5
sono una partizione se

1. Gli insiemi sono a 2 a 2 disgiunti

2. L'unione di tutti gli insiemi è uguale all'insieme A

ESERCIZIO 1

- Sia $L=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A=\{2, 3\}$ $B=\{1, 5\}$ $C=\{4, 6\}$

- A B C sono una partizione di L?

1. Devo verificare se gli insieme sono a 2 a 2 disgiunti

$A \cap B$ $A \cap C$ $B \cap C$ sono VUOTI

2. Devo verificare se l'unione di TUTTI gli insiemi è uguale all'insieme L

$A \cup B \cup C = \{2, 3, 1, 5, 4, 6\} = L$

ESERCIZIO 2

- Sia $L=\{a, b, c, d, e, f\}$

$M=\{a, c, e\}$ $N=\{b, d\}$ $P=\{b, f\}$

- M N P sono una partizione di L?

1. Devo verificare se gli insieme sono a 2 a 2 disgiunti

$M \cap N = \emptyset$
$M \cap P = \emptyset$
$N \cap P = \{b\}$

M N P non sono una partizione di L

ESERCIZIO 3

- Sia $L=\{a, b, c, d, e, f\}$

$M=\{a, c, e\}$ $N=\{b, d\}$

- M N sono una partizione di L?

1. Devo verificare se gli insieme sono a 2 a 2 disgiunti
2. Devo verificare l'unione degli insiemi della partizione da L

$M \cap N = \emptyset$

MANCA f

$M \cup N = \{a, b, c, d, e\}$

M e N non sono una partizione di L

PRODOTTO CARTESIANO

- Siano A e B due insiemi allora

$A \times B = \{(a;b) \mid a \in A \text{ e } b \in B\}$

ESEMPIO

- Siano $A=\{1, 2, 3\}$ $B=\{s,t\}$

$A \times B = \{(1,s), (1,t), (2,s), (2,t), (3,s), (3,t)\}$

ESEMPIO

- Siano $M=\{a, b, c\}$ $N=\{a,b\}$

$M \times N = \{(a,a), (a,b), (b,a), (b,b), (c,a), (c,b)\}$

$Card(M \times N) = Card(M) \times card(N) = 3 \times 2 = 6$

$N \times M = \{(a,a), (a,b), (a,c), (b,a), (b,b), (b,c)\}$

$Card(N \times M) = 2 \times 3 = 6$

$M \times M = \{(a,a),(a,b), (a,c), (b,a), (b,b), (b,c),(c,a), (c,b), (c,c)\}$

$Card(M \times M) = 3 \times 3 = 9$

$N \times N = \{(a,a),(a,b), (b,a), (b,b)\}$ $Card(N \times N) = 4$

4 - OSSERVAZIONI

1. $(a, b) \neq (b, a)$

2. $A \times B \neq B \times A$ Prodotto Cartesiano NON commutativo

3. $A \times \varnothing = \varnothing \times A = \varnothing$

4. $Card(A \times B) = Card(A) \times Card(B)$

5. $A^2 = A \times A$ $B^3 = B \times B \times B$

6. (a, b) non è un insieme

   [(a, b) ≠ (b, a) mentre {a,b}={b,a}

   esiste (a, a) mentre non esiste ={a,a}

$A \times B \times C = \{(x,y,z) \mid x \in A \text{ e } y \in B \text{ e } z \in C\}$

TERNA ORDINATA

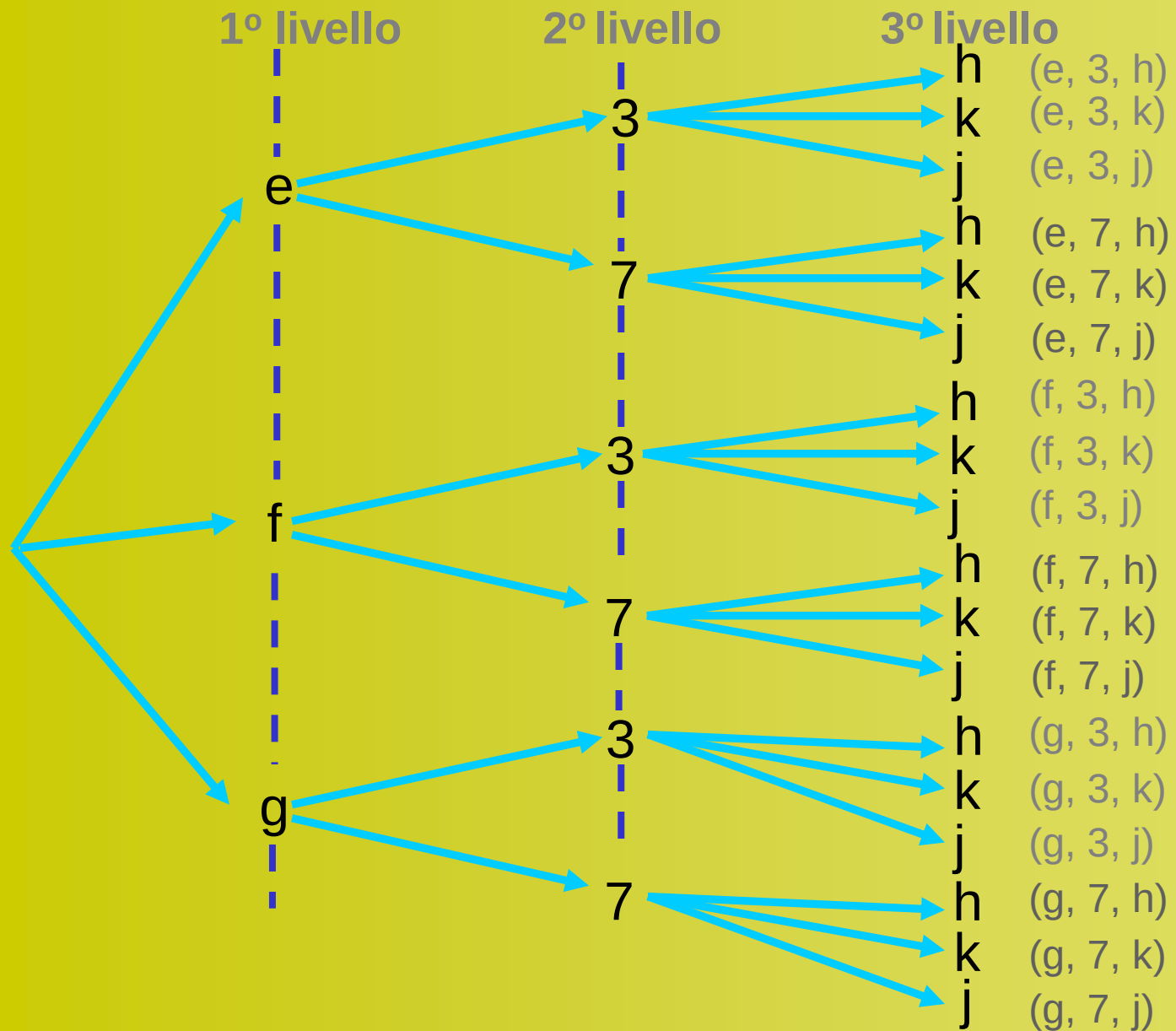
ESEMPIO

- Siano $A=\{e, f, g\}$ $B=\{3,7\}$ $C=\{h,k,j\}$

$A \times B \times C = \{(e,3,h), (e,3,k), (e,3,j),$
$(e,7,h), (e,7,k), (e,7,j),$
$(f,3,h), (f,3,k), (f,3,j),$
$(f,7,h), (f,7,k), (f,7,j),$
$(g,3,h), (g,3,k), (g,3,j),$
$(g,7,h), (g,7,k), (g,7,j)\}$

DIAGRAMMA AD ALBERO

ESEMPIO •Siano **A={e, f, g}** **B={3,7}** **C={h,k,j}**

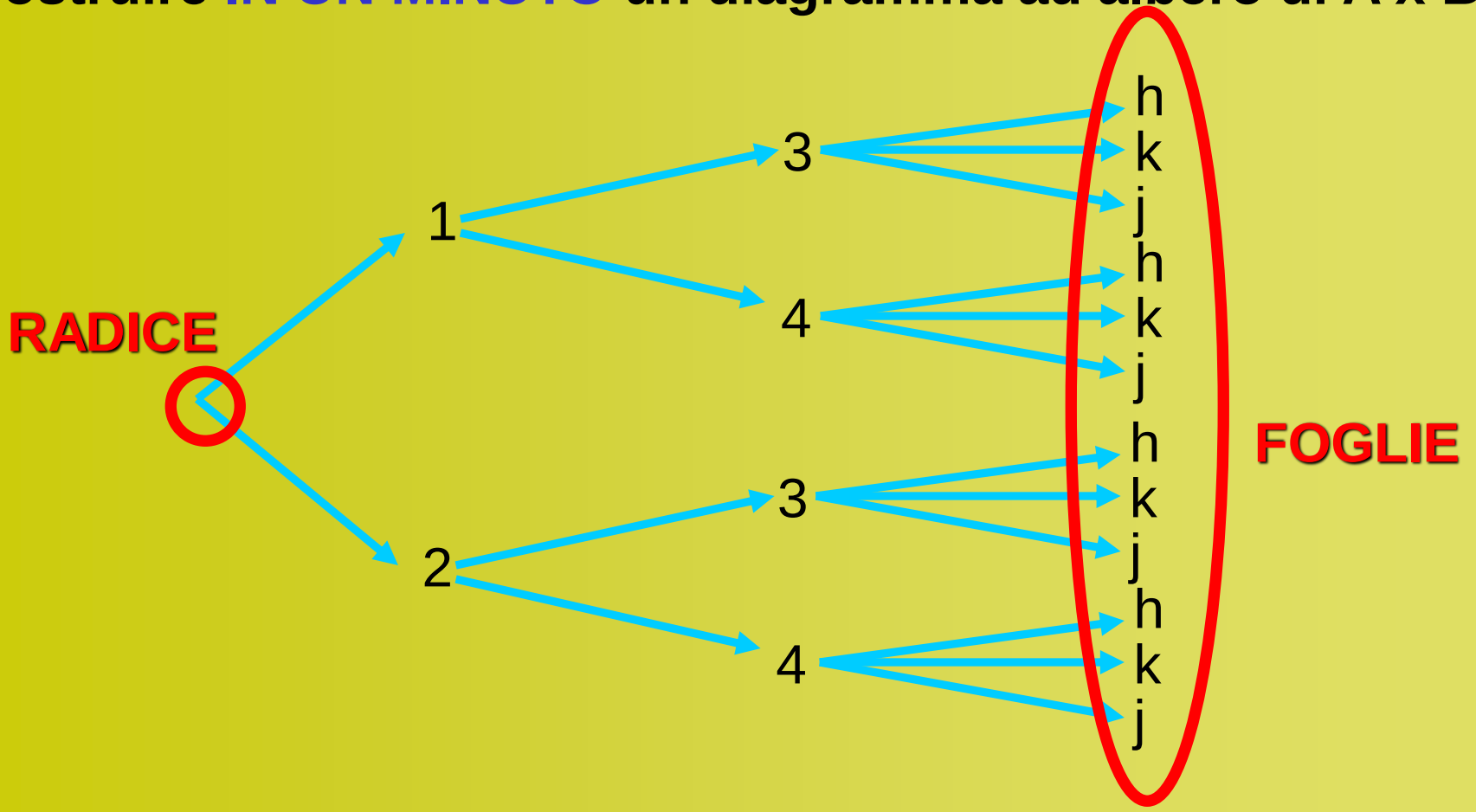


A x B x C

ESERCIZIO

- **Siano** **A={1, 2}** **B={3,4}** **C={h,k,j}**

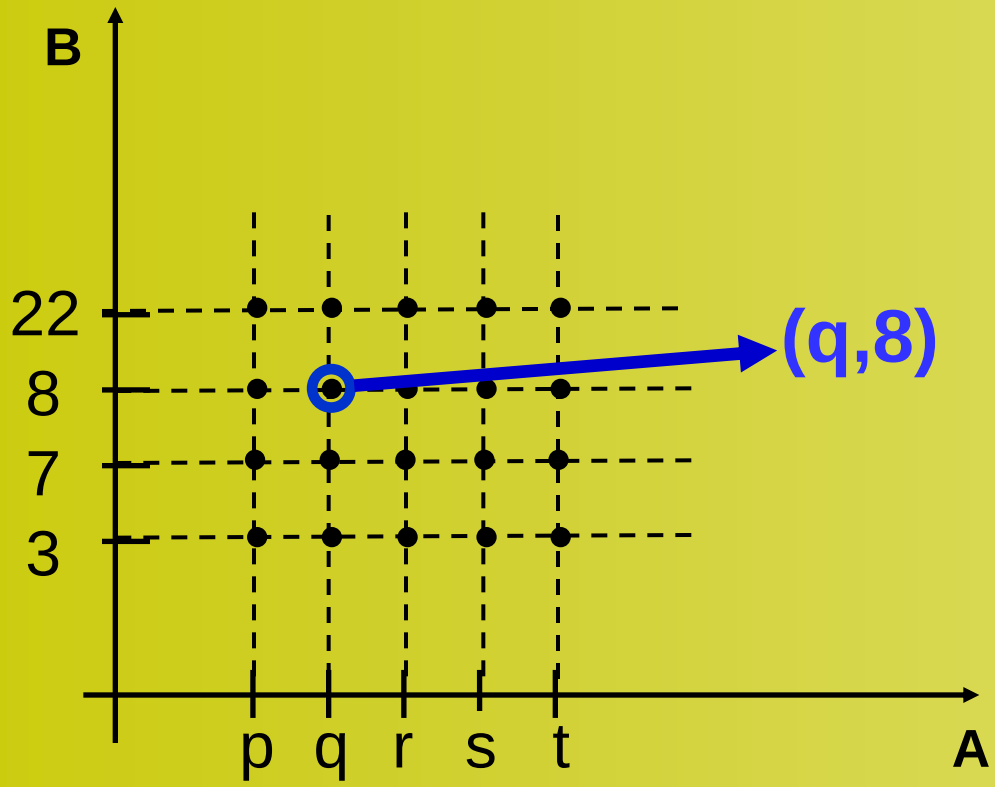
costruire IN UN MINUTO un diagramma ad albero di A x B x C



NUM FOGLIE = card(A) x card(B) x card (C) = 12

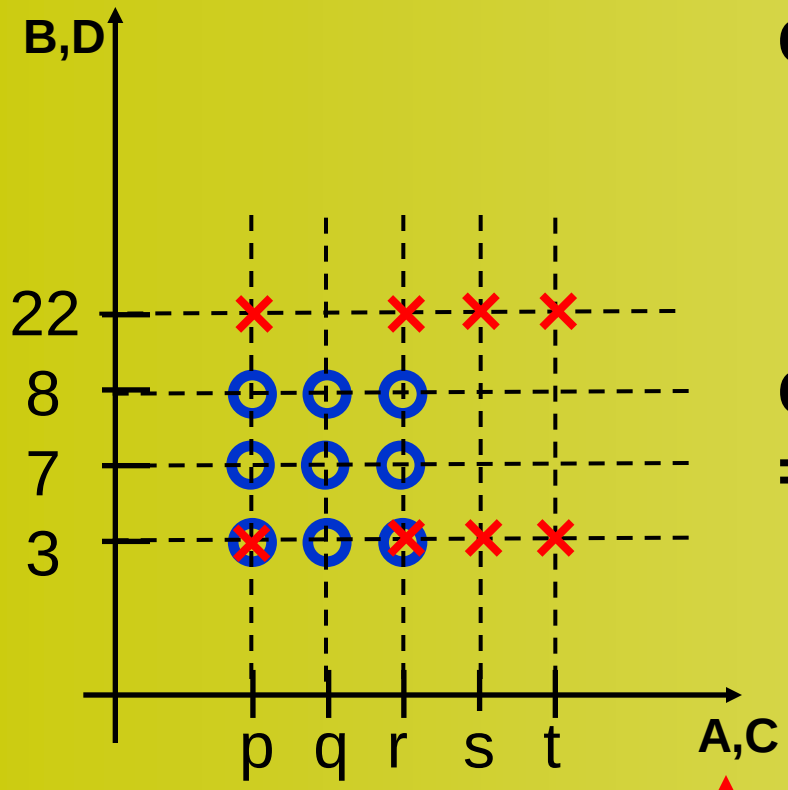
DIAGRAMMA CARTESIANO di A x B

- **Siano A={p, q, r, s, t} e B={3, 7, 8, 22}**



ESERCIZIO

- **Siano** A={p, q, r} B={3, 7, 8} C={p, r, s, t} D={3, 22}



Calcolare $(A \times B) \cap (C \times D)$
$= \{(p,3), (r,3)\}$

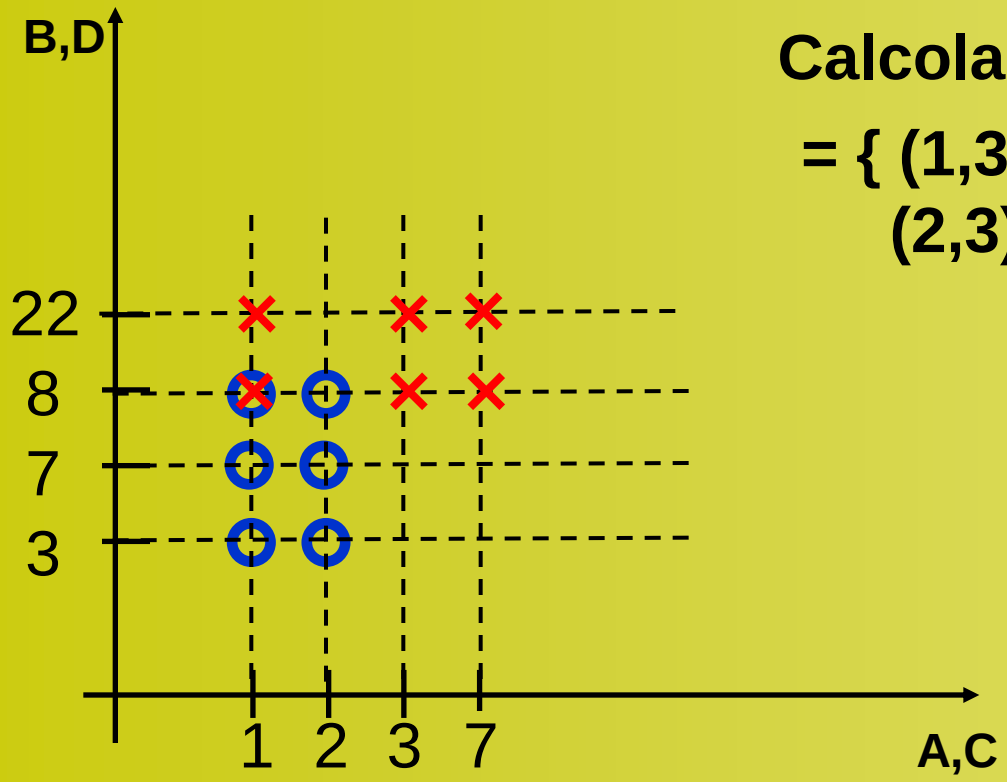
Quanti sono i suoi elementi?

Calcolare $(A \times B) \cup (C \times D)$
$= \{(p,3), (p,7), (p,8), (p,22),$
$(q,3), (q,7), (q,8),$
$(r,3), (r,7), (r,8), (r,22),$
$(s,3), (s,22),$
$(t,3), (t,22)\}$

Quanti sono i suoi elementi?

DIAGRAMMA CARTESIANO

- **Siano A={1, 2} B={3, 7, 8} C={1, 3, 7} D={8, 22}**

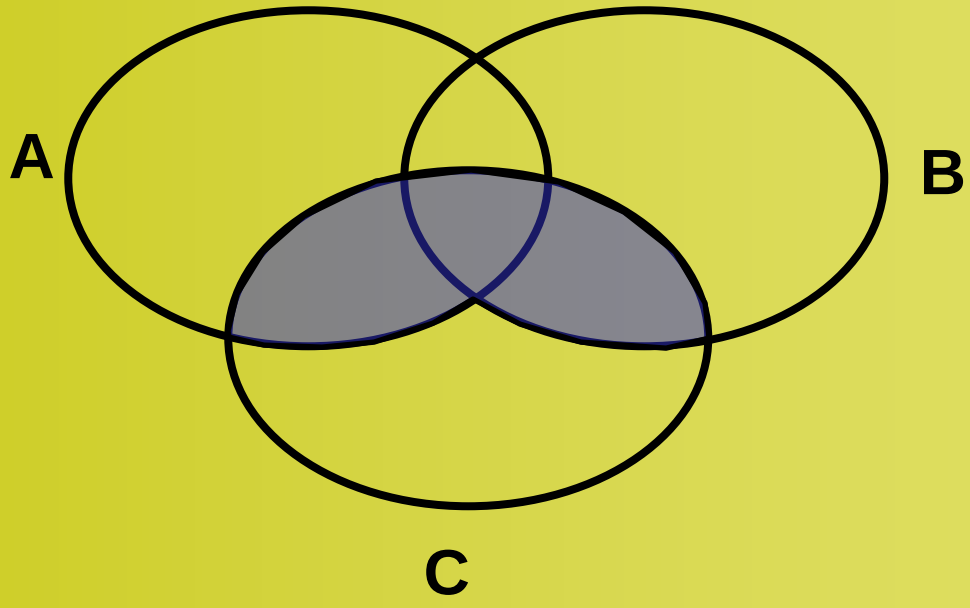


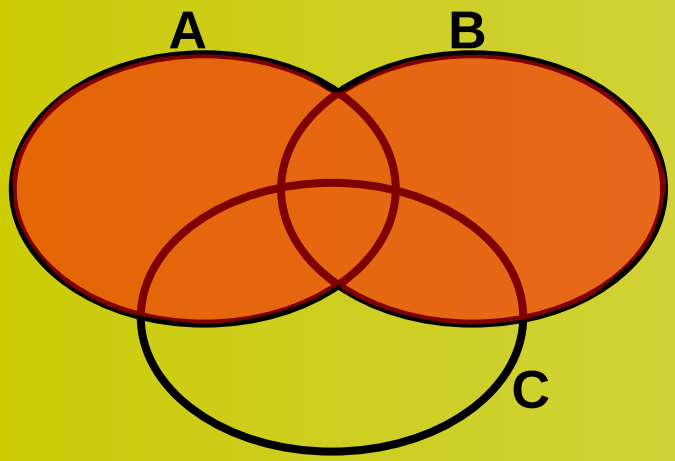
Calcolare (A x B) - (C x D)

= { (1,3), (1,7),
(2,3), (2,7), (2,8)}

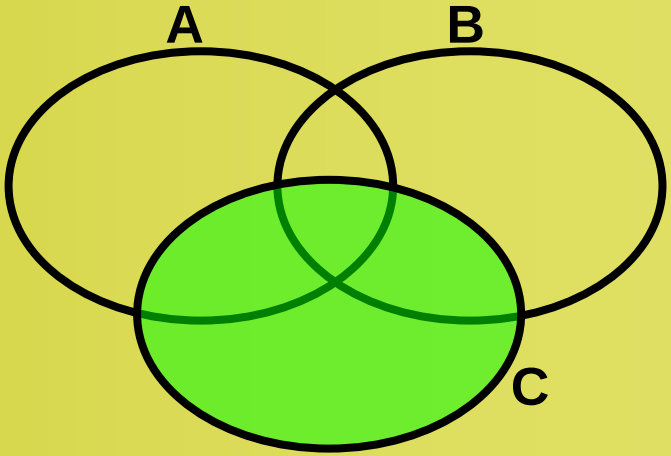
ESEMPIO 1

Calcolare $(A \cup B) \cap C$





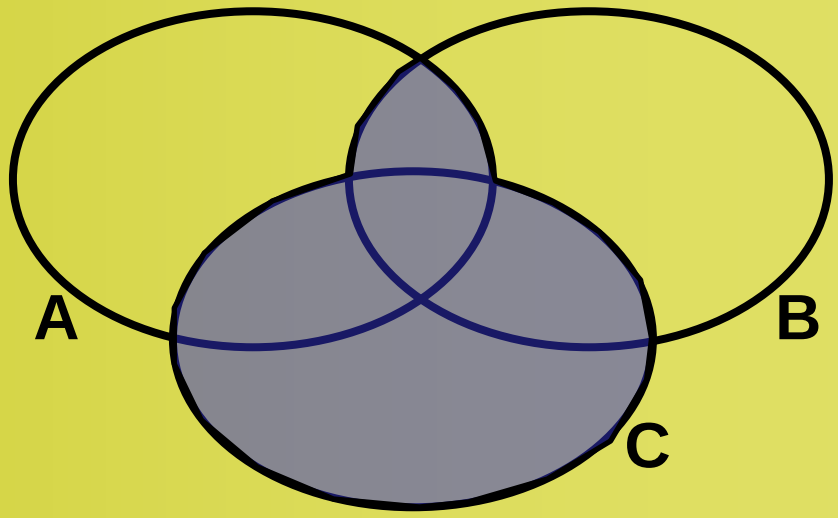
$A \cup B$

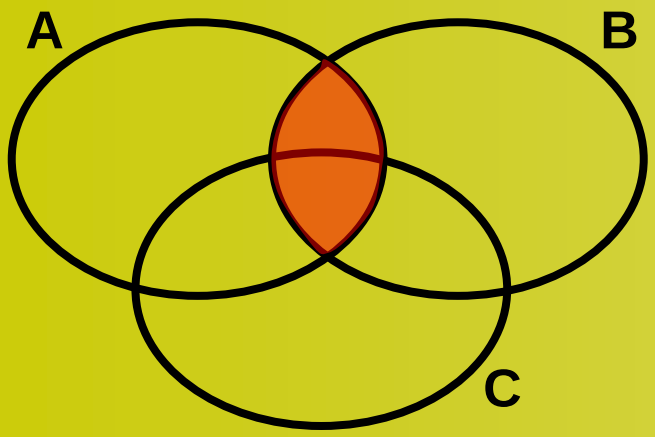


C

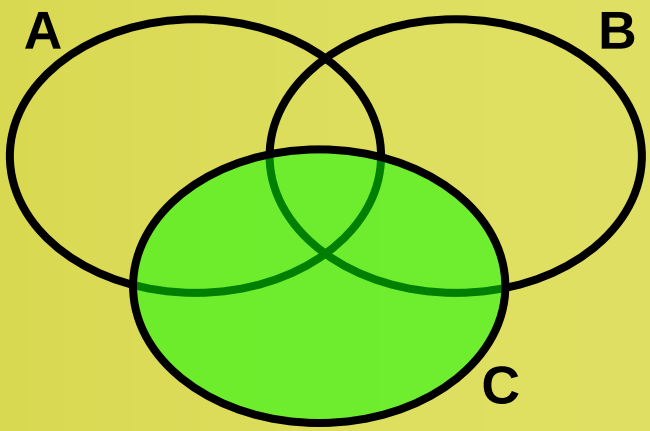
ESEMPIO 2

Calcolare $(A \cap B) \cup C$





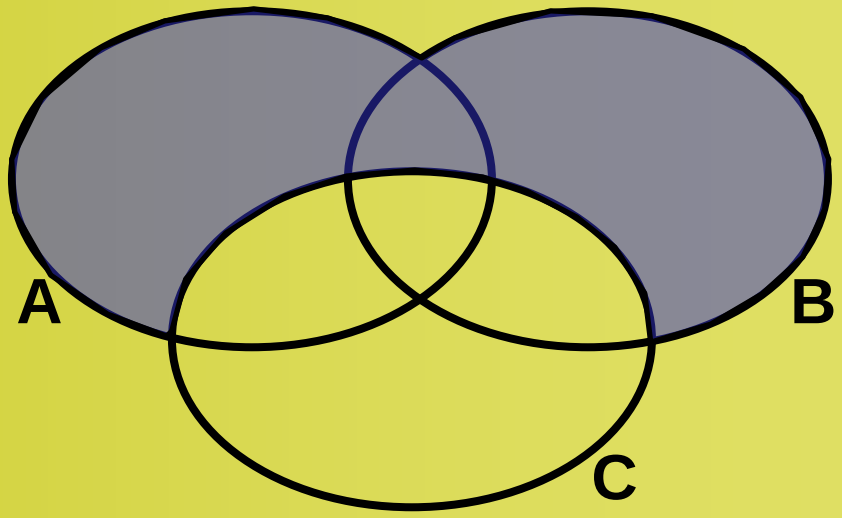
$A \cap B$

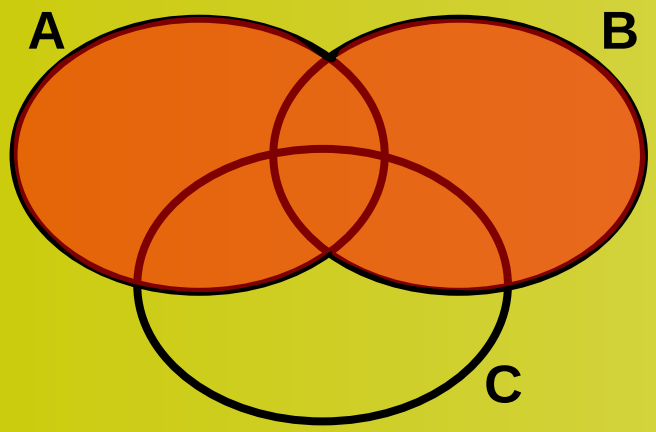


C

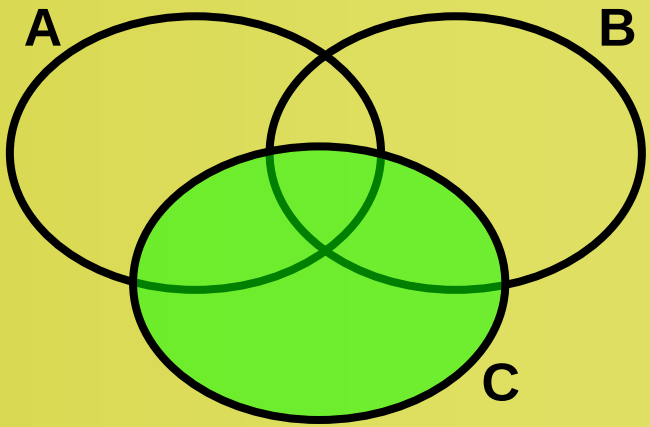
ESEMPIO 3

Calcolare $(A \cup B) - C$





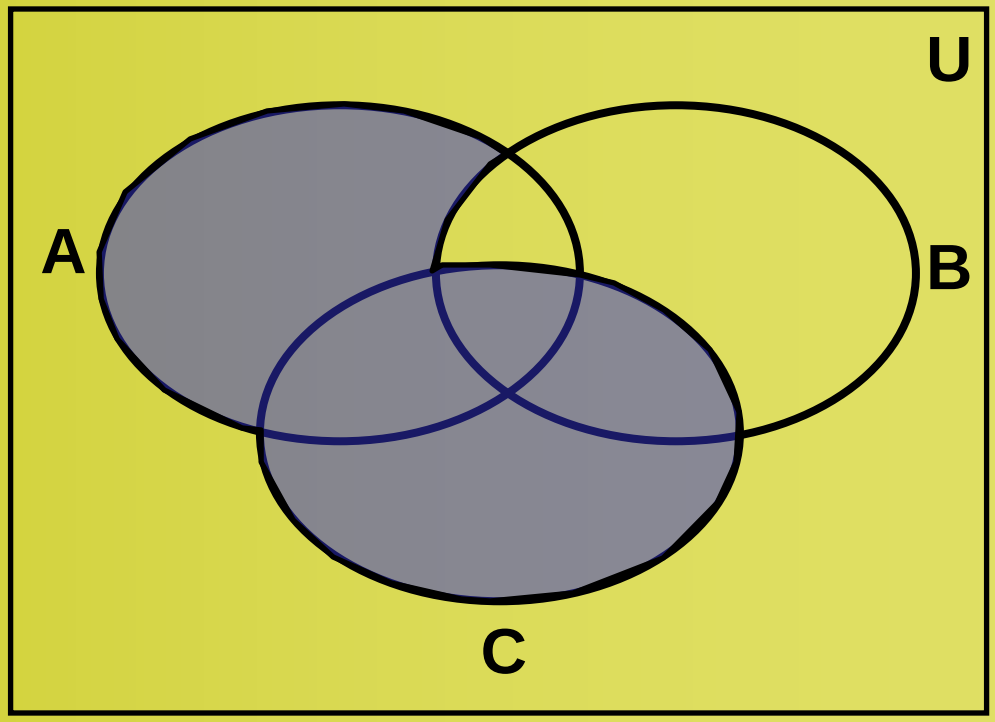
$A \cup B$

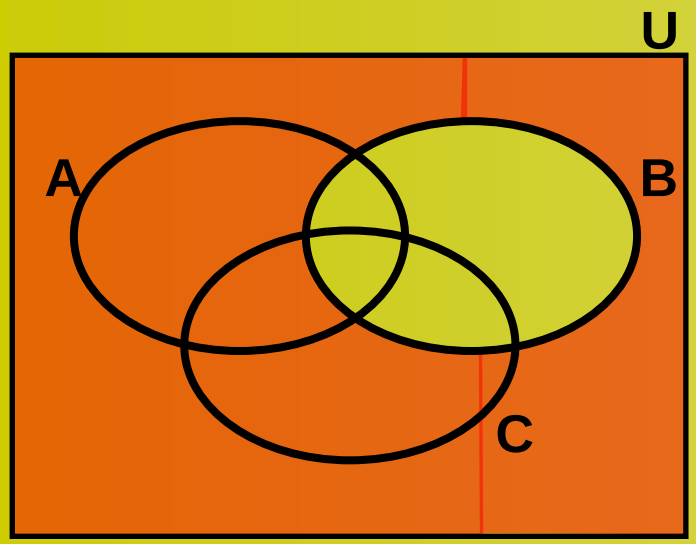


C

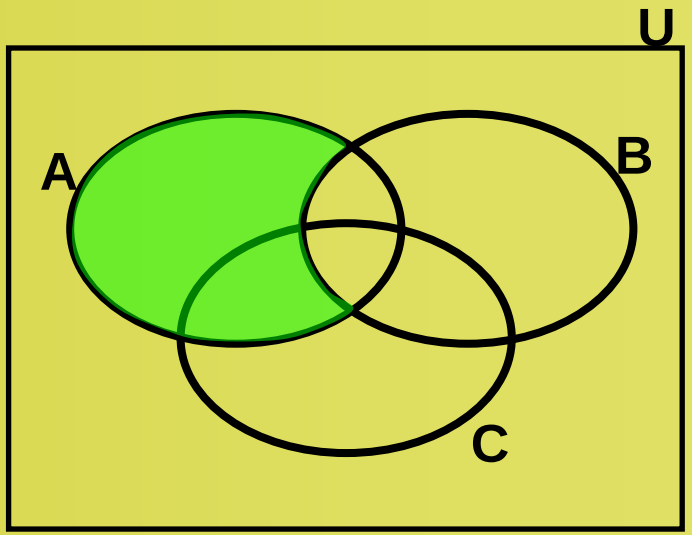
ESEMPIO 4

Calcolare $(A \cap \overline{B}) \cup C$





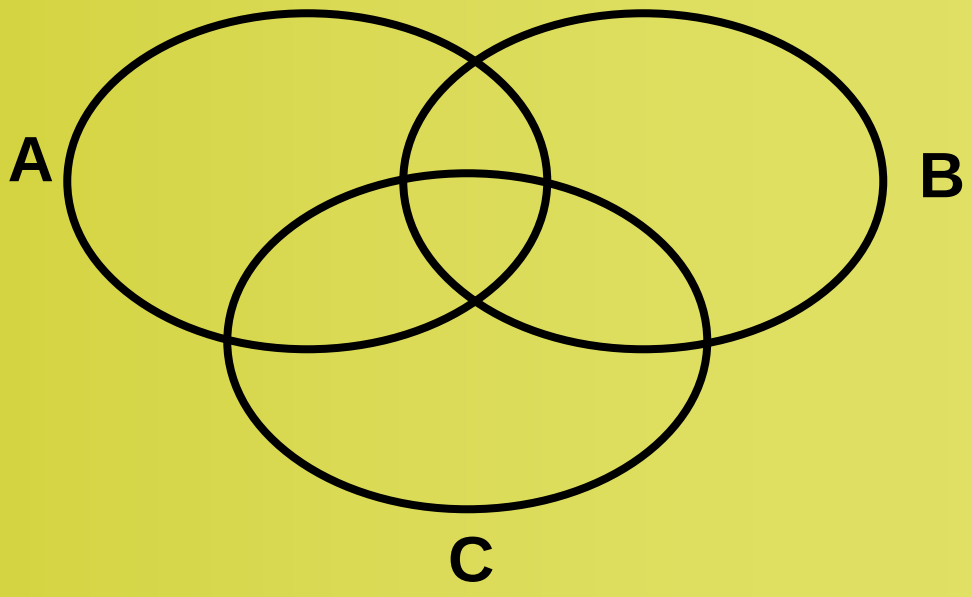
$\overline{B}$



$A \cap \overline{B}$

Calcolare, per casa, i seguenti esercizi facendo 3 esercizi su ogni pagina. La rappresentazione geometrica deve essere scritta a matita

1. $(A \cup B) - C$
2. $(A - B) \cup C$
3. $(A \cap B) - C$
4. $(A - B) \cap C$
5. $(A \cap B) \cap C$
6. $(A \cap C) \cap (B - C)$
7. $(A \cap C) - \overline{B}$
8. $(A - B) - C$
9. $(A \cap B) \cup (C - B)$

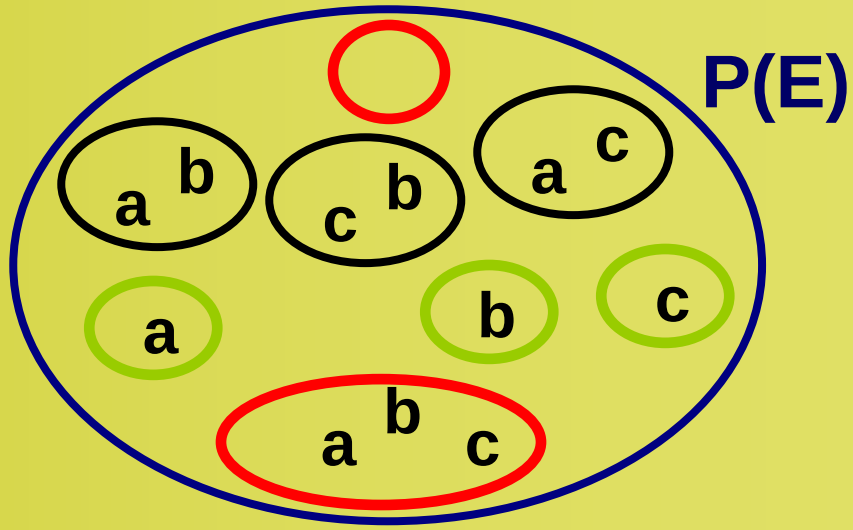


FINE-8

INSIEME DELLE PARTI

- Sia E={a, b, c}

l'INSIEME delle PARTI di E lo indichiamo con P(E)



Numero di Sottoinsiemi di E = $2^{card(E)}=2^3=8$

da cui P(E)={ { }, {a}, {b}, {c}, {a,b}, {a,c}, {b,c}, {a,b,c} }

- Sia F={0, 1}

  allora P(F)={ { }, {0}, {1}, {0,1} }

- Sia G={a, b, c, d}

  allora P(G)={ { }, {a}, {b}, {c}, {d}

  {a,b}, {a,c}, {a,d}, {b,c} , {b,d}, {c,d}

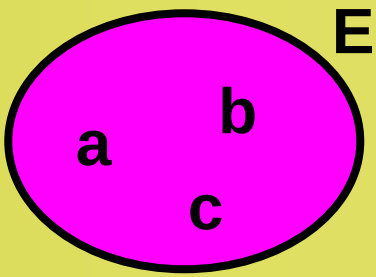
  {a,b,c}, {a,b,d}, {a,c,d}, {b,c,d} ,

  {a,b,c,d} }

OSSERVAZIONE su INSIEME DELLE PARTI

1. Se card(D)= n

   allora card(P(D))=2^n



2. Se P(E)={ { }, {a}, {b}, {c}, {a,b}, {a,c}, {b,c}, {a,b,c } }

   posso scrivere P(E)={ ∅, {a}, {b}, {c}, {a,b}, ….}

   NON posso scrivere P(E)={{∅}, {a}, {b}, {c}, {a,b}, ..}

3. **E' CORRETTO**

   $a \in E$

   $\{a\} \subset E$

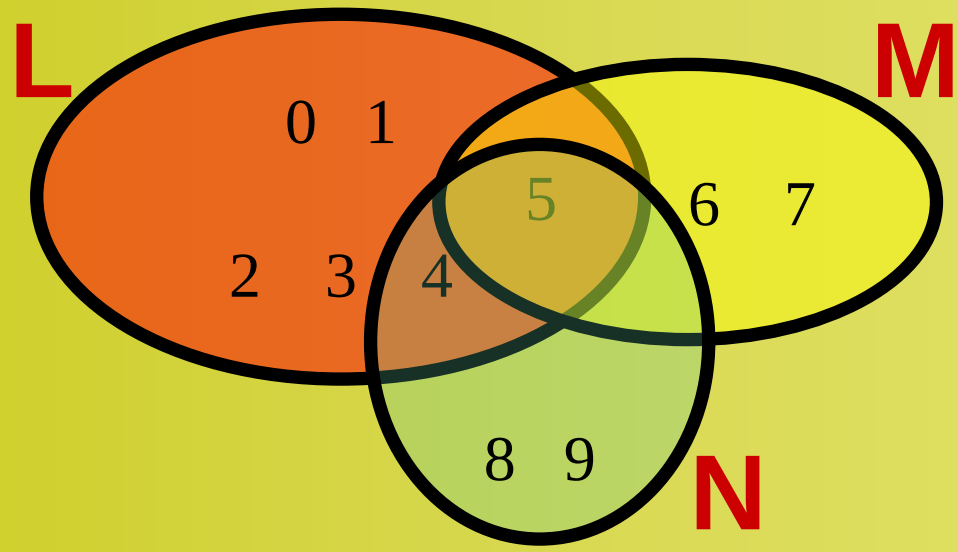
   $\{a\} \in P(E)$

E' SCORRETTO

$a \subset E$

$\{a\} \in E$

$\{a\} \subset P(E)$



1. Scrivere la rappresentazione INTENSIVA di L e poi quella ESTENSIVA di L
2. Scrivere qual è la cardinalità di L e quanti sono i sottoinsiemi di L
3. Scrivere, in forma ESTENSIVA, una partizione di L formata da 3 insiemi
4. Trovare il prodotto cartesiano di L x L e di L x M
5. Scrivere, in forma ESTENSIVA, L x M, M x L e M x M
6. Scrivere in forma ESTENSIVA L $\cup$ M, L $\cap$ M, L – M e M - L
7. Dopo averlo rappresentato sul diagramma cartesiano, calcolare (L x M) – (LxN)
8. Rappresentare in forma GEOMETRICA ed ESTENSIVA l'insieme delle parti di L

FINE-9