

# ENUNCIATO

## PROPOSIZIONE

è un'espressione linguistica per la quale si possa stabilire se è **VERA** o **FALSA**

con **CERTEZZA**

~~9 è multiplo di 4~~ **FALSA**

~~Domani pioverà~~

~~Lodi è una bella città~~

~~Chiudi la porta~~

**8 è un numero pari** **VERA**

~~8 è un numero piccolo~~

**Lodi è capoluogo di provincia** **VERA**

1

# SONO PROPOSIZIONI?

PROF. MARIO ANTONUZZI

Liceo Scientifico VITTORINI - MILANO

**3 è un numero primo** **PROPOSIZIONE VERA**

~~Che ora è?~~

**Il gatto studia matematica** **PROPOSIZIONE FALSA**

~~Attento a quel che fai!~~

**Il prodotto tra 2 e 3 è 10** **PROPOSIZIONE FALSA**

~~Cario arrivò la casa~~ **SINTATTICAM. SCORRETTA**

**Il lavandino cammina velocemente**  
**PROPOSIZIONE FALSA**

## CONGIUNZIONE DI $p$ e $q$

**DEF:** una nuova proposizione indicata con  $p \wedge q$

**VERA** se  $p$  e  $q$  sono contemporaneamente vere

**FALSA** in ogni altro caso

Si legge  $p$  AND  $q$

3

**a:** 24 è divisibile per 2    **VERA**

**b:** 24 è divisibile per 3    **VERA**

**c:** 24 è divisibile per 10    **FALSA**

**$a \wedge b$ :** 24 è divisibile per 2 e per 3    **VERA**

**$a \wedge c$ :** 24 è divisibile per 2 e per 10    **FALSA**

4

## CONGIUNZIONE DI $p$ e $q$

**DEF:** una nuova proposizione indicata con  $p \wedge q$

**VERA** se  $p$  e  $q$  sono contemporaneamente vere

**FALSA** in ogni altro caso

**TAVOLA  
di VERITA'**

$p$	$q$	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

5

## DISGIUNZIONE DI $p$ o $q$

**DEF:** una nuova proposizione indicata con  $p \vee q$

**VERA** se tra  $p$  e  $q$  almeno una è vera

**FALSA** in ogni altro caso

Si legge  $p$  OR  $q$

$p$	$q$	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

6

- a: 24 è divisibile per 2    VERA
- b: 24 è divisibile per 3    VERA
- c: 24 è divisibile per 10    FALSA

a  $\vee$  b: 24 è divisibile per 2 o per 3    VERA

a  $\vee$  c: 24 è divisibile per 2 o per 10    VERA

7

### ESERCIZIO

Calcolare i valori di verità di  $(p \wedge q) \vee p$

$p$	$q$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee p$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	F
F	F	F	F

TAVOLA  
di VERITA'



8

## CONNETTIVI LOGICI

sono i seguenti  $\wedge \vee$

$$p \wedge q \quad p \vee q$$

## ENUNCIATI ATOMICI

sono gli enunciati privi di connettivi logici

Ad es.:  $p$   $q$  Il latte è nero Il gatto è un felino

## FORMULE ENUNCIATIVE

sono gli enunciati con uno o più connettivi logici

Ad es.:  $p \wedge q$  Il gatto è un felino e sa volare

9

### ESERCIZIO

$$(p \wedge q) \vee (p \vee r)$$

- Usare la matita per disegnare la tabella
- Far coincidere le righe orizzontali e verticali con le linee dei quadretti
- Fare la riga orizzontale dopo 4 righe
- Tra una riga e l'altra, lasciare una riga vuota di quadretti

$p$	$q$	$r$	$p \wedge q$	$p \vee r$	$(p \wedge q) \vee (p \vee r)$
V	V	V			
V	V	F			
V	F	V	F	V	V
V	F	F			
F	V	V			
F	V	F			
F	F	V			
F	F	F			

**COMPLETARE LA TAVOLA in 3 MINUTI e CONSEGNARE IL FOGLIO**

## NUMERO DI RIGHE DI UNA TAVOLA DI VERITA'

Sarà **NUM di RIGHE =  $2^{\text{NUM(Enun Atomici)}}$**

Sia  **$((p \wedge q) \vee (p \vee r)) \wedge s$**

allora **NUM di RIGHE =  $2^4 = 16$**

Sia  **$((p \wedge q) \vee (t \vee r)) \wedge s$**

allora **NUM di RIGHE =  $2^5 = 32$**

11

## TAVOLA DI VERITA' CON 4 ENUNCIATI ATOMICI

Ci saranno **NUM di RIGHE =  $2^4 = 16$**

<i>p</i>	<i>q</i>	<i>r</i>	<i>s</i>
V	V	V	V
V	V	V	F
V	V	F	V
V	V	F	F
V	F	V	V
V	F	V	F
V	F	F	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	V	V	F
F	V	F	V
F	V	F	F
F	F	V	V
F	F	V	F
F	F	F	V
F	F	F	F

12

## NEGAZIONE DI $p$

**DEF:** una nuova proposizione indicata con  $\bar{p}$

**VERA** se  $p$  è falsa

**FALSA** se  $p$  è vera

$p$	$\bar{p}$
V	<b>F</b>
F	<b>V</b>

13

PROF. MARIO ANTONUZZI  
Liceo Scientifico VITTORINI - MILANO

**a:** il rettangolo ha 4 angoli retti **VERA**

**$\bar{a}$ :** il rettangolo **NON** ha 4 angoli retti **FALSA**

14

## DOPPIA NEGAZIONE

$a$	VERO	$b$	FALSO
$\bar{a}$	FALSO	$\bar{b}$	VERO
$\bar{\bar{a}}$	VERO	$\bar{\bar{b}}$	FALSO

15

PROF. MARIO ANTONUZZI  
Liceo Scientifico VITTORINI - MILANO

$p$	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$
V	F	V
F	V	F

16

## FORMULE EQUIVERIDICHE o LOGICAMENTE EQUIVALENTI

se assumono lo stesso valore qualunque siano gli enunciati atomici che lo compongono

**ESEMPIO** Verificare se sono logicamente equivalenti  $p \vee q$  e  $\overline{p \wedge q}$

$p$	$q$	$p \vee q$	$p \wedge q$	$\overline{p \wedge q}$
V	V	V	V	F
V	F	V	F	V
F	V	V	F	V
F	F	F	F	V

EFFETTUA LA VERIFICA ATTRAVERSO UNA SOLA TAVOLA DI VERITÀ'

## IMPLICAZIONE MATERIALE DI $p$ e $q$

**DEF:** una nuova proposizione indicata con  $p \rightarrow q$

**FALSA** se  $p$  è vera e  $q$  è falsa "Se ... allora"

**VERA** in ogni altro caso

$p$	$q$	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Siano  $p$ : piove

$q$ : mi riparo con l'ombrello

1) se piove, mi riparo con l'ombrello

$$p \rightarrow q \quad \text{LINGUAGGIO SIMBOLICO}$$

2) se mi riparo con l'ombrello allora piove

$$q \rightarrow p$$

3) se non piove, non mi riparo con l'ombrello

$$\bar{p} \rightarrow \bar{q}$$

19

3) se non piove, non mi riparo con l'ombrello

$$\bar{p} \rightarrow \bar{q}$$

4) se piove mi riparo con l'ombrello  
ma se non piove non mi riparo con l'ombrello

$$(p \rightarrow q) \wedge (\bar{p} \rightarrow \bar{q})$$

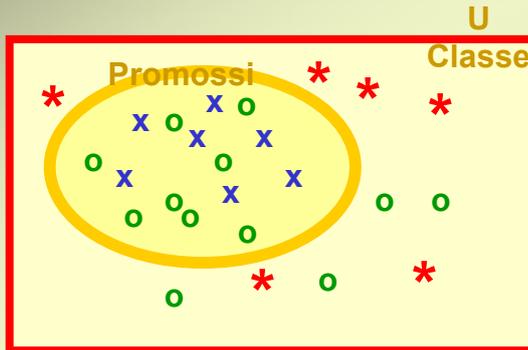
20

# INDAGINE

Classe: 1E – Anno: 2003-04 – Istituto: Non specificato

Su 25 studenti

- 7 studiano più di 2 ore al giorno
- 12 studiano tra 1 e 2 ore al giorno
- 6 studiano meno di un ora al giorno



8 4

21

- p: lo studente studia più di 2 ore  
 q: lo studente studia tra 1 e 2 ore  
 r: lo studente studia meno di un ora  
 s: lo studente è promosso  
 t: lo studente è bocciato

Posso dire?

$p \rightarrow s$

$q \rightarrow s$

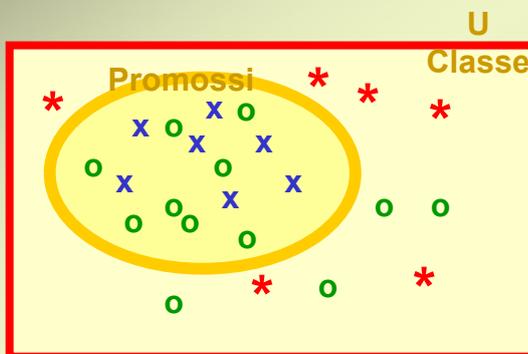
$q \rightarrow t$

$r \rightarrow s$

$r \rightarrow t$

$s \rightarrow p$

$t \rightarrow r$



22

$$p \rightarrow q$$

**p ANTECEDENTE**

**q CONSEQUENTE**

23

## COIMPLICAZIONE MATERIALE DI $p$ e $q$

**DEF:** una nuova proposizione indicata con  $p \leftrightarrow q$

**VERA** se  $p$  e  $q$  hanno lo stesso valore di verità

**FALSA** in ogni altro caso

$p$	$q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

24

Sia  $p$ : è primavera

$q$ : gli alberi sono in fiore

$$p \leftrightarrow q$$

E' primavera SE E SOLO SE gli alberi sono in fiore

E' primavera EQUIVALE A gli alberi sono in fiore

SE è primavera ALLORA gli alberi sono in fiore

E

SE gli alberi sono in fiore ALLORA è primavera

25

$p \leftrightarrow q$  è logicamente equivalente a  
 $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

**VERIFICARLO IN  
3 MINUTI  
E  
CONSEGNARE IL FOGLIO**

26

## CONDIZIONE SUFFICIENTE E NECESSARIA

Studio più di 2 ore  
→  
Sarò promosso

VERO  
O  
FALSO?

condiz. SUFFICIENTE ? **SI**

Studio più di 2 ore

Sarò promosso

condiz. NECESSARIA ? **NO**

~~Sarò promosso  
→  
Studio più di 2 ore~~

27

## CONDIZIONE SUFFICIENTE E NECESSARIA

La luce è accesa  
→  
C'è la corrente

VERO  
O  
FALSO?

condiz. SUFFICIENTE ? **SI**

La luce è  
accesa

C'è la corrente

condiz. NECESSARIA ? **NO**

~~C'è la corrente  
→  
La luce è accesa~~

28

p: Pippo è precipitato dal novantesimo piano

q: Pippo è morto

Chi è l'ANTECEDENTE e chi il CONSEGUENTE ?

Pippo è precipitato dal novantesimo piano

→

Pippo è morto

Pippo è morto      condiz. SUFFICIENTE ? NO

condiz. NECESSARIA ? SI

Pippo è precipitato dal novantesimo piano

~~Pippo è morto~~

→

~~Pippo è precipitato dal novantesimo piano~~

VERO  
O  
FALSO?

29

p: Pippo è precipitato dal novantesimo piano

q: Pippo è morto

Chi è l'ANTECEDENTE e chi il CONSEGUENTE ?

Pippo è precipitato dal novantesimo piano

→

Pippo è morto

Pippo è precipitato dal novantesimo piano

condiz. SUFFICIENTE ? SI

condiz. NECESSARIA ? NO

Pippo è morto

30

## ANTECEDENTE $\rightarrow$ CONSEQUENTE

Antecedente **SUFFICIENTE** al Consequente

Consequente **NECESSARIO** all'Antecedente

$p \rightarrow q$	$p$ PER $q$	$q$ PER $p$
	<b>SUF</b>	Non <b>SUF</b>
	Non <b>NEC</b>	<b>NEC</b>

31

$p$ : io respiro

$q$ : io vivo

**Chi è l'ANTECEDENTE e chi il CONSEQUENTE ?**

io respiro

$\leftrightarrow$

io vivo

io respiro

**condiz. SUFFICIENTE ?**

**condiz. NECESSARIA ?**

io respiro

$\rightarrow$

io vivo

io vivo

$\rightarrow$

io respiro

32

## ANTECEDENTE $\leftrightarrow$ CONSEGUENTE

Antecedente **NECESSARIO** e **SUFFICIENTE** a Conseguente  
 Conseguente **NECESSARIO** e **SUFFICIENTE** ad Antecedente

$p \rightarrow q$	$p$ PER $q$	$q$ PER $p$
	<b>SUF</b>	Non <b>SUF</b>
	Non <b>NEC</b>	<b>NEC</b>
$p \leftrightarrow q$	$p$ PER $q$	$q$ PER $p$
	<b>SUF</b>	<b>SUF</b>
	<b>NEC</b>	<b>NEC</b>

33

**Tautologia** è una formula enunciativa **VERA**  
 per ogni valore degli enunciati atomici

Ad es.: 1. **Piove oppure non piove**

2. **Se il gatto è bianco e magro allora è bianco**

$p$ : il gatto è bianco

$q$ : il gatto è magro

$$(p \wedge q) \rightarrow p$$

$p$	$q$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow p$
			✓
			✓
			✓
			✓

**VERIFICARLO IN 1 MINUTO**

34

**Contraddizione** è una formula enunciativa **FALSA**  
per ogni valore degli enunciati atomici

Ad es.: Piove e non piove

$p \wedge \bar{p}$  contraddizione

$p$	$\bar{p}$	$p \wedge \bar{p}$
V	F	F
F	V	F

Esistono formule enunciative  
né **TAUTOLOGIE** né **CONTRADDIZIONI**

## LE 7 PROPRIETA' delle OPERAZIONI LOGICHE

### 1) Proprietà di idempotenza

$$p \wedge p = p$$

$$p \vee p = p$$

$p$	$p \wedge p$
V	V
F	F

$p$	$p \vee p$
V	V
F	F

## 2) Proprietà commutativa

$$p \wedge q = q \wedge p$$

$$p \vee q = q \vee p$$

$p$	$q$	$p \wedge q$	$q \wedge p$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	F
F	F	F	F



37

## 3) Proprietà della complementarietà

$$\overline{\overline{p}} = p$$

$p$	$\overline{p}$	$\overline{\overline{p}}$
V	F	V
F	V	F

38

#### 4) Proprietà associativa

$$(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$$

$p$	$q$	$r$	$p \wedge q$	$q \wedge r$	$(p \wedge q) \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$

Ci sono 8 righe



39

#### 4) Proprietà associativa

$$(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$$

40

## 5) Proprietà distributiva

$$p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

RICORDANDO CHE

$$p \times (q + r) = (p \times q) + (p \times r)$$

$$p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

## 6) Leggi di De Morgan

$$\overline{p \wedge q} = \bar{p} \vee \bar{q}$$



$$\overline{p \vee q} = \bar{p} \wedge \bar{q}$$



41

## 7) Leggi di assorbimento

$$p \vee (p \wedge q) = p$$

$$p \wedge (p \vee q) = p$$

42

## ESERCIZIO

Dimostrare senza usare TAVOLE di VERITA' che:

$$\overline{\overline{p} \wedge (q \vee \overline{p})} = p \vee \overline{q}$$

$$\overline{\overline{p} \wedge (q \vee \overline{p})} = \overline{\overline{p}} \vee \overline{(q \wedge \overline{p})} = \overline{\overline{p}} \vee (\overline{q} \vee \overline{\overline{p}}) = p \vee (\overline{q} \vee p)$$

DE MORGAN

DE MORGAN

COMPLEMENTARIETA'

$$= p \vee (p \vee \overline{q}) = (p \vee p) \vee \overline{q} = p \vee \overline{q}$$

COMMUTATIVA

ASSOCIATIVA

IDEMPOTENZA

**In VERIFICA c'è una catena con al massimo 4 passaggi**