

ESERCIZI DA SVOLGERE A CASA

Gli studenti con **"Piano Didattico Personalizzato"** sono dispensati dallo svolgimento dell'esercizio 2, sebbene il suo svolgimento faciliti l'acquisizione di migliori abilità sugli argomenti affrontati nella lezione.

Risolvere i seguenti **SISTEMI di DISEQUAZIONI di SECONDO GRADO**. Si abbia cura di verificare i risultati.

$$1. \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2} > 2 \\ 5x^3 - 9 < 5x - 10x^2 + 1 \end{cases} \quad \text{SOLUZ.:} \begin{cases} \frac{1}{2} < x < 1 \\ x < -2 \vee -1 < x < 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} < x < 1$$

Risolvi la DIS₁ che è una disequazione frazionaria e che deve essere studiata con il GRAFICO dei SEGNI.

Risolvi la DIS₂ che è una disequazione di grado superiore al secondo e che deve essere studiata con un altro GRAFICO dei SEGNI. La DIS₂ può essere semplificata in qualche modo?

Poi devi risolvere il sistema con il GRAFICO delle LINEE. Ogni sistema va iniziato su una pagina nuova. Il numero dell'esercizio deve essere evidenziato in arancione e il risultato in giallo.

$$2. \begin{cases} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x(x-2)} > 0 \\ \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2 - 1} < \frac{1}{x+1} \end{cases} \quad \text{SOLUZ.:} \begin{cases} x < -\frac{1}{5} \vee 0 < x < 1 \vee x > 2 \\ x < -1 \vee -\frac{1}{2} < x < 0 \vee x > 1 \end{cases} \Rightarrow x < -1 \vee -\frac{1}{2} < x < -\frac{1}{5} \vee x > 2$$

$$3. \begin{cases} \frac{3x-1}{x-1} + \frac{x+3}{2x-2} > 2 \\ \frac{3x-x^2+10}{x^2-2x+1} \geq 0 \end{cases} \quad \text{SOLUZ.:} \begin{cases} x < -\frac{5}{3} \vee x > 1 \\ -2 \leq x \leq 5 \wedge x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow -2 \leq x < -\frac{5}{3} \vee 1 < x \leq 5$$

$$4. \begin{cases} (y-\sqrt{2})(y+\sqrt{2}) \geq 2(-y-1)-1 \\ \frac{y^2-5y+6}{y^2-6y-7} > 0 \end{cases} \quad \text{SOLUZ.:} \begin{cases} \forall y \in \mathbb{R} \\ y < -1 \vee 2 < x < 3 \vee y > 7 \end{cases} \Rightarrow y < -1 \vee 2 < y < 3 \vee y > 7$$

$$5. \begin{cases} \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 \geq \frac{9}{4} \\ y + \frac{7}{4} < \frac{3}{4} \\ (y+5)^2 = y+5 \end{cases} \quad \text{SOLUZ.:} \begin{cases} y \leq -3 \vee x \geq 0 \\ y < -1 \\ y = -5 \vee y = -4 \end{cases} \Rightarrow y = -5 \vee y = -4$$

Sul grafico delle LINEE, le soluzioni delle EQUAZIONI possono essere rappresentate con pallini CHIUSI

Il seguente documento si riferisce alle lezioni del prof. Mario Antonuzzi, tratte dal seguente sito:

<https://www.matematichiamo.it/>

Iscriviti anche tu al CANALE e impariamo insieme la matematica!

ESERCIZI AGGIUNTIVI a carattere NON OBBLIGATORIO

Gli esercizi seguenti NON sono obbligatori e costituiscono soltanto un'utile attività di ripasso.

Essi non sostituiscono gli esercizi per casa, che hanno carattere obbligatorio e che sono di sopra elencati.

11.

$$\begin{cases} 1 - \frac{x}{2x+4} + \frac{x}{x+2} < \frac{3x^2+8}{2x^2+8x+8} \\ 1 \leq \frac{14}{3x+6} + \frac{4}{3x-3} \end{cases}$$

SOLUZ.:

$$\begin{cases} x < 0 \wedge x \neq -2 \\ -2 < x \leq 0 \vee 1 < x \leq 5 \end{cases} \Rightarrow -2 < x < 0$$

12.

$$\begin{cases} (x-1)\left(1 - \frac{3}{x-1}\right) \leq \frac{6-x^2}{1-x} \\ \frac{3x+1}{3} - \frac{x^2-1}{4x} + \frac{(x+2)(x-3)}{12x} \geq 1 \end{cases}$$

SOLUZ.:

$$\begin{cases} x < 1 \vee x \geq 2 \\ \frac{9-\sqrt{201}}{20} \leq x < 0 \vee x \geq \frac{9+\sqrt{201}}{20} \end{cases} \Rightarrow \frac{9-\sqrt{201}}{20} \leq x < 0 \vee x \geq 2$$

13.

$$\begin{cases} \frac{x}{x+3} \leq \frac{8x-3}{x^2+x-6} - \frac{x}{x-2} \\ \frac{3x+1}{x^2-4} + \frac{x}{x-2} + \frac{x+2}{3x^2-12} - \frac{16}{3x-6} > 0 \end{cases}$$

SOLUZ.:

$$\begin{cases} -3 < x \leq \frac{1}{2} \vee 2 < x \leq 3 \\ x < -3 \vee -2 < x < 2 \vee x > 3 \end{cases} \Rightarrow -2 < x \leq \frac{1}{2}$$

14.

$$\begin{cases} \frac{x^2(x^2+4)}{x-1} \geq 0 \\ \frac{x^4+6x^2}{4-x^2} \leq -1 \end{cases}$$

SOLUZ.:

$$\begin{cases} x = 0 \vee x > 1 \\ x < -2 \vee x > 2 \end{cases} \Rightarrow x > 2$$

15.

$$\begin{cases} \frac{x^2-5x+8}{1-2x} < 0 \\ (x-2)^4(x^2+x-2) > 0 \\ x^2 \leq 9x \end{cases}$$

SOLUZ.:

$$\begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < -2 \vee 1 < x < 2 \vee x > 2 \\ 0 \leq x \leq 9 \end{cases} \Rightarrow 1 < x < 2 \vee 2 < x \leq 9$$

16.

$$\begin{cases} \frac{9x^2-6\sqrt{2}x+2}{x^4} > 0 \\ x^2 - \sqrt{5}x - \sqrt{2}x + \sqrt{10} > 0 \\ (x^3-8)(x^4-9x^2) \geq 0 \end{cases}$$

SOLUZ.:

$$\begin{cases} x \neq 0 \wedge x \neq \frac{\sqrt{2}}{3} \\ x < \sqrt{2} \vee x > \sqrt{5} \\ -3 \leq x \leq 2 \vee x \geq 3 \end{cases} \Rightarrow (-3 \leq x < \sqrt{2} \wedge x \neq 0 \wedge x \neq \frac{\sqrt{2}}{3}) \vee x \geq 3$$

17.

$$\begin{cases} \frac{1-x}{6} - (2+x^2) - 3\left(x + \frac{2}{9}\right) \geq 0 \\ (1-2x)^3(x^2+4x+4)(4x^2-9) \geq 0 \end{cases}$$

SOLUZ.:

$$\begin{cases} -\frac{5}{3} \leq x \leq -\frac{3}{2} \vee 0 < x < \frac{1}{6} \\ x \leq -\frac{3}{2} \vee \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow -\frac{5}{3} \leq x \leq -\frac{3}{2}$$

18.

$$\begin{cases} x^2 + 4x \geq 0 \\ \frac{x(-x^2 + x - 1)}{2 - x^2} \geq 0 \end{cases}$$

SOLUZ.:

$$\begin{cases} x \leq -4 \vee x \geq 0 \\ -\sqrt{2} < x \leq 0 \vee x > \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow x = 0 \vee x > \sqrt{2}$$

19.

$$\begin{cases} (x-2)^2 < (x+1)(x-1) \\ x^2 - x^3 \leq 0 \\ \frac{x+1}{2-x} < -2 \end{cases}$$

SOLUZ.:

$$\begin{cases} x > \frac{5}{4} \\ x = 0 \vee x \geq 1 \\ 2 < x < 5 \end{cases} \Rightarrow 2 < x < 5$$

20.

$$\begin{cases} \frac{(x^2 - x + 1)^4 (x^2 + 1)^3}{(x^2 - 4)^2} > 0 \\ \frac{x-2}{x^2-1} \geq 0 \end{cases}$$

SOLUZ.:

$$\begin{cases} x \neq \pm 2 \\ -1 < x < 1 \vee x \geq 2 \end{cases} \Rightarrow -1 < x < 1 \vee x > 2$$

21.

$$\begin{cases} \frac{x-3}{4-x^2} < 0 \\ \frac{x+1}{2x-x^2} + \frac{4}{3} > 0 \end{cases}$$

SOLUZ.:

$$\begin{cases} -2 < x < 2 \vee x > 3 \\ x < -\frac{1}{4} \vee 0 < x < 2 \vee x > 3 \end{cases} \Rightarrow -2 < x < -\frac{1}{4} \vee 0 < x < 2 \vee x > 3$$

22.

$$\begin{cases} \left(\frac{x-2}{x+2}\right)^2 - 9 \geq 0 \\ \frac{1}{2x+4} - \frac{1}{3x+6} \geq \frac{1}{2-x} \end{cases}$$

SOLUZ.:

$$\begin{cases} -4 \leq x \leq -1 \wedge x \neq -2 \\ -2 < x \leq -\frac{10}{7} \vee x > 2 \end{cases} \Rightarrow -2 < x \leq -\frac{10}{7}$$

23.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} - 2 - \frac{8}{3} \geq \frac{1}{x} + 2 \\ \frac{1}{x} + 2 \geq \frac{1}{x} - 2 \\ x^3 - \frac{1}{4}x \geq \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{8} \end{cases}$$

SOLUZ.:

$$\begin{cases} -\frac{1}{2} < x \leq -\frac{1}{4} \vee \frac{1}{2} < x \leq 1 \\ -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \vee x \geq \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{2} < x \leq -\frac{1}{4}$$

24.

$$\begin{cases} \frac{16-x^2}{3-x} > 0 \\ \frac{2}{x^2-4x} - \frac{1}{x+4} \geq -\frac{x}{x^2-16} \end{cases}$$

SOLUZ.:

$$\begin{cases} -4 < x < 3 \vee x > 4 \\ x < -4 \vee -\frac{4}{3} \leq x < 0 \vee x > 4 \end{cases} \Rightarrow -\frac{4}{3} \leq x < 0 \vee x > 4$$

25.

$$\begin{cases} \frac{3x^3}{2(x^2-1)} \leq x^2 \\ \frac{3-2x+x^2}{1+x-2x^2} \leq 0 \end{cases}$$

SOLUZ.:

$$\begin{cases} x < -1 \vee -\frac{1}{2} \leq x < 1 \vee x \geq 2 \\ x < -\frac{1}{2} \vee x > 1 \end{cases} \Rightarrow x < -1 \vee x \geq 2$$