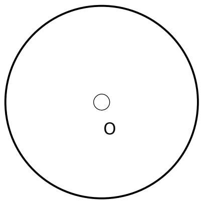
PROF. MARIO ANTONUZZI
LICEO SCIENTIFICO «ELIO VITTORINI» MILANO

Circonferenza

E’ il luogo geometrico dei punti equidistanti da un punto detto centro



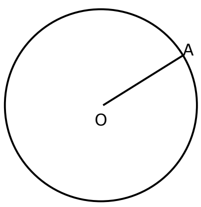
1

1

Raggio

E’ un segmento che unisce

- il centro
- con un qualsiasi punto della circonferenza



2

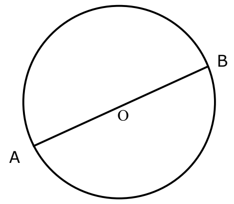
2

Diametro

E’ un segmento che

•unisce due punti della circonferenza

•passante per il centro

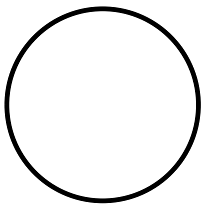


Cerchio

E’ l’unione

• dei punti interni della circonferenza

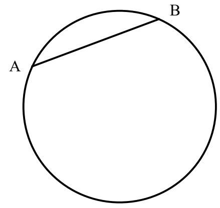
• della circonferenza stessa

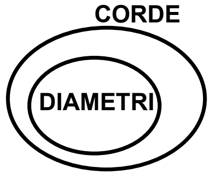


Corda

E' un segmento che

• unisce due punti qualsiasi della circonferenza





Si può dire: AB è un diametro → AB è un corda

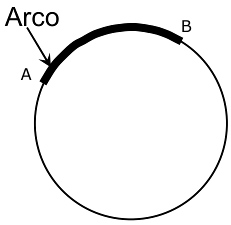
NON si può dire: AB è un corda → AB è un diametro

5

Arco

E' una parte di circonferenza delimitata da due suoi punti

Essi sono detti **estremi** dell'arco



6

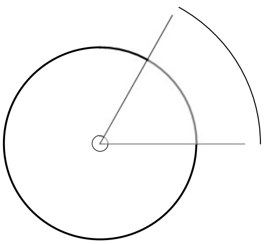
6

Angolo al Centro

L'angolo al centro di una circonferenza

è

un angolo avente il vertice nel centro



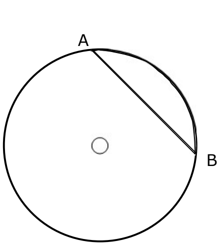
7

7

Segmento di Cerchio

E' la parte di piano compresa tra un arco e la rispettiva corda

Si chiama anche segmento circolare a una base.



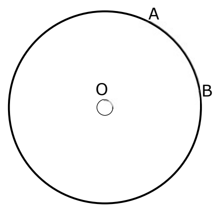
8

8

Settore Circolare

E' la parte di piano racchiusa

- da un arco di circonferenza
- dai due raggi che passano per i suoi estremi

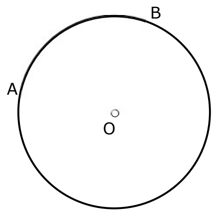


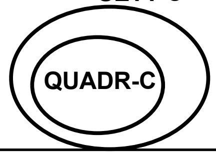
9

9

Quadrante Circolare

E' un settore circolare il cui angolo al centro è retto





10

10

PROF. MARIO ANTONUZZI
LICEO SCIENTIFICO «ELIO VITTORINI» MILANO

Teorema N.1

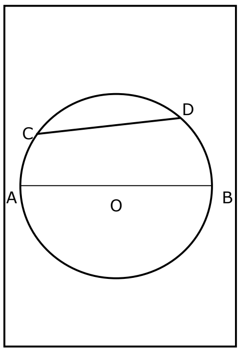
IN OGNI CIRCONFERENZA IL DIAMETRO E' MAGGIORE DI QUALSIASI ALTRA CORDA

Enunciato

Ip: CD corda

AB diametro   O ∈ AB

Ts: CD<AB



Teorema N.1

DIM.:

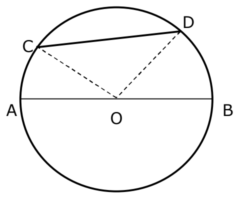
Congiungiamo i punti C e D con O

Si crea il Triangolo COD

In un triangolo un lato è:

1. minore della somma degli altri 2
2. maggiore della differenza degli altri 2

Quindi CD <CO+OD = AB



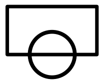
TEOREMI

1. FARE IL DISEGNO IN ALTO A SX

2. METTERE IP: e non IP= in alto a DX

3: METTERE TS:

4: METTERE DIM: PRIMA DI INIZIARE LA DIMOSTRAZIONE



IP: A=B

TS: C=D

DIM:

13

13

Teorema N.2

Una retta

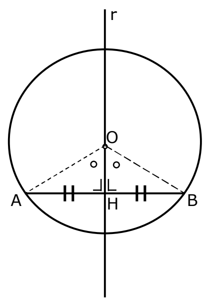
• passante per il centro di una circonferenza

• perpendicolare a una corda

DIMEZZA

TS1. la corda

TS2. l’angolo al centro



14

14

Teorema N.2

IP: r passa per il centro
r perpendicolare ad AB

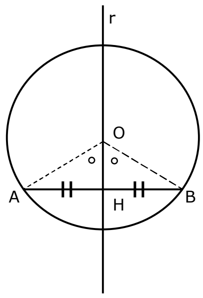
TS1. dimezza LA CORDA
TS2. dimezza L'ANGOLO AL CENTRO

DIM.:
Il triangolo AOB è isoscele

OH altezza

L'altezza di un triangolo isoscele è anche **mediana** perciò AH=HB

L'altezza di un triangolo isoscele è anche **bisettrice** dell'angolo al vertice, perciò AOH=HOB



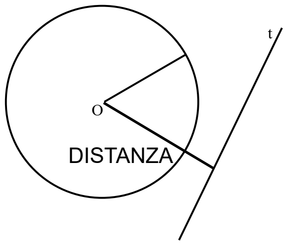
15

15

Retta Esterna

Una retta si dice **esterna** rispetto ad una circonferenza

se tutti i suoi punti sono esterni alla circonferenza



PROPRIETA': Distanza del Centro da t > raggio (r)

16

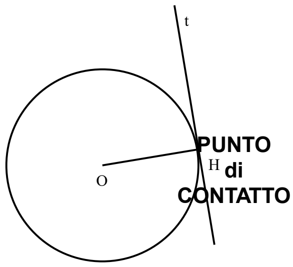
16

Retta Tangente

Una retta si dice **tangente** a una circonferenza se

• ha un solo punto in comune con essa

• tutti gli altri i suoi punti sono esterni alla circonferenza



PROPRIETA': Distanza del Centro da t = r

17

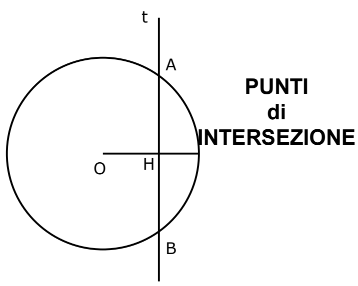
17

PROF. MARIO ANTONUZZI
LICEO SCIENTIFICO «ELIO VITTORINI» MILANO

Retta Secante

Una retta si dice **secante** rispetto a una circonferenza

• se ha **due** punti in comune con la circonferenza



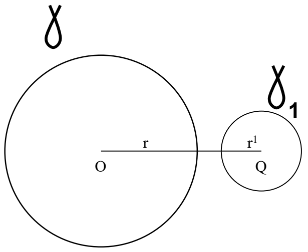
PROPRIETA': Distanza del Centro da t < r

18

18

Circonferenze Esterne

Due circonferenze sono **esterne** quando tutti i punti di una circonferenza sono esterni all'altra e viceversa



PROPRIETA': $OQ > r + r^1$

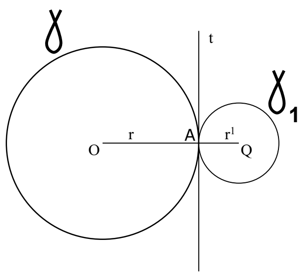
19

19

Tangenti Esternamente

Due circonferenze sono **tangenti esternamente** quando

- hanno un punto in comune
  PUNTO DI CONTATTO
- tutti gli altri punti di ciascuna sono esterni all'altra



PROPRIETA': $OQ = r + r^1$

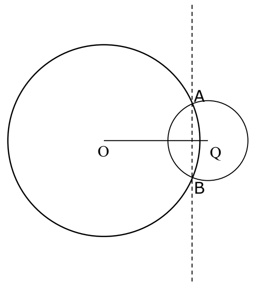
20

20

Circonferenze Secanti

Due circonferenze sono **secanti** quando hanno

2 punti in comune



PROPRIETA': OQ < r + r^1

21

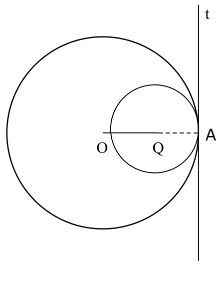
21

PROF. MARIO ANTONUZZI
LICEO SCIENTIFICO «ELIO VITTORINI» MILANO

Tangenti Internamente

Due circonferenze sono **tangenti internamente** quando, avendo raggi diversi, hanno

- un punto in comune
- tutti gli altri punti della minore sono interni alla circonferenza maggiore



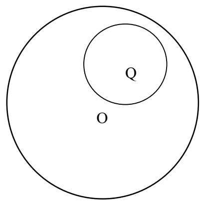
PROPRIETA': OQ < raggio maggiore

22

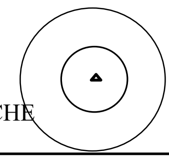
22

Circonferenza Interne

Una prima circonferenza si dice **INTERNA** ad una seconda circonferenza quando
tutti i punti della prima sono interni alla seconda circonferenza



PROPRIETA': OQ < raggio maggiore



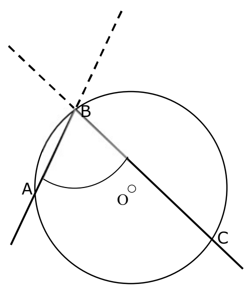
CONCENTRICHE

23

Angolo alla Circonferenza

E' un angolo

1. con il vertice sulla circonferenza
2. convesso
3. con i due lati secanti la circonferenza stessa



oppure

…

TIPO 1

24

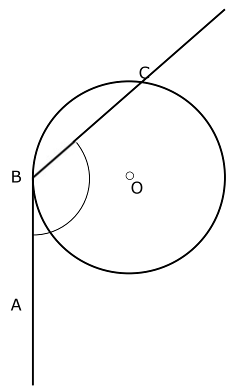
24

Angolo alla Circonferenza 2

…

oppure

3. un lato SECANTE e
un lato TANGENTE



TIPO 2

25

25

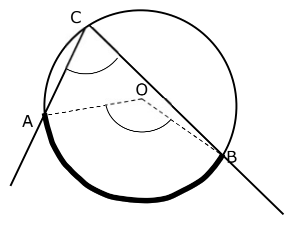
Angolo al centro Corrispondente

Dato un angolo alla circonferenza si dice angolo al centro corrispondente

l'angolo avente

1. il vertice nel centro della circonferenza

2. che insiste sullo stesso arco



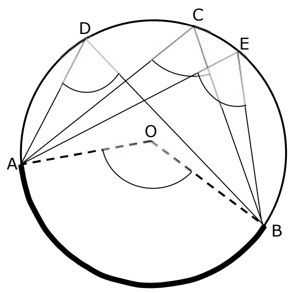
26

26

Angolo al centro

Dato il seguente angolo al centro

QUANTI sono gli angoli alla circonferenza corrispondenti?



27

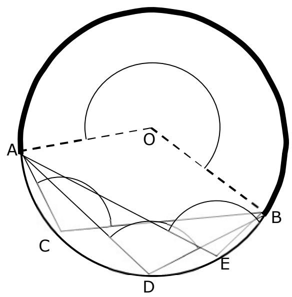
27

Angolo al centro

Dato il seguente angolo al centro

QUANTI E QUALI

sono gli angoli alla circonferenza corrispondenti?



28

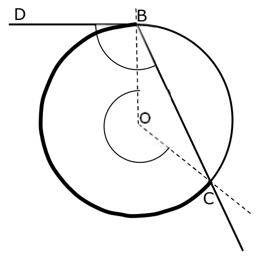
28

Angolo al centro

Dato un angolo alla circonferenza, si dice angolo al centro **corrispondente** l'angolo avente

1. il vertice nel centro della circonferenza

2. che insiste sullo stesso arco

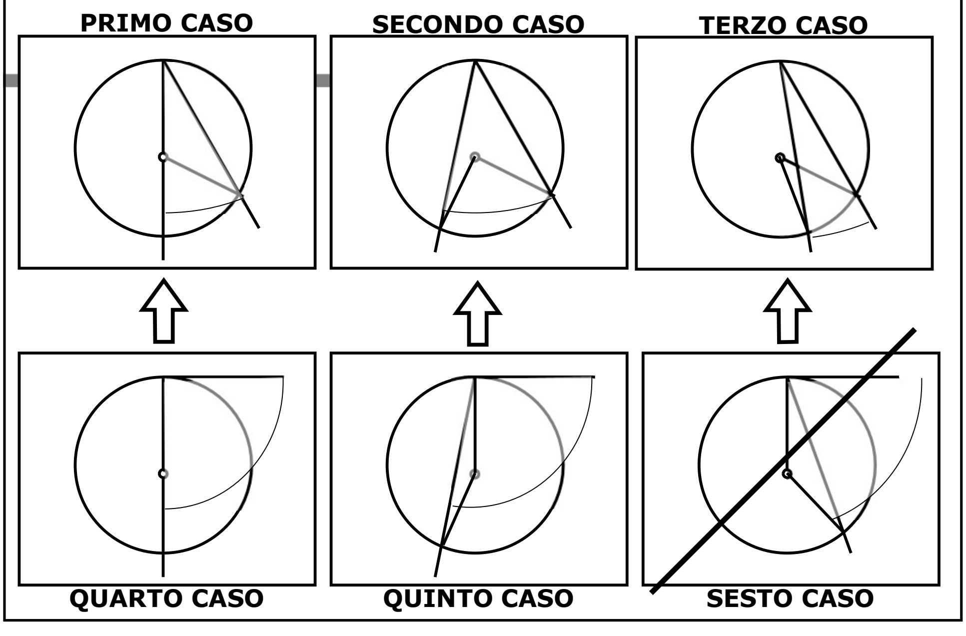


29

29

TEOREMA

Ogni angolo alla circonferenza è la metà del corrispondente angolo al centro



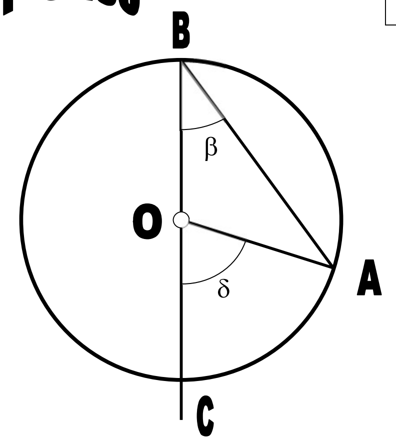
30

TEOREMA

Ogni angolo alla circonferenza è la metà del corrispondente angolo al centro

1° Caso

Il centro della circonferenza appartiene a uno dei lati dell'angolo alla circonferenza



Tesi :

$A\hat{B}C \cong \frac{1}{2} A\hat{O}C$

31

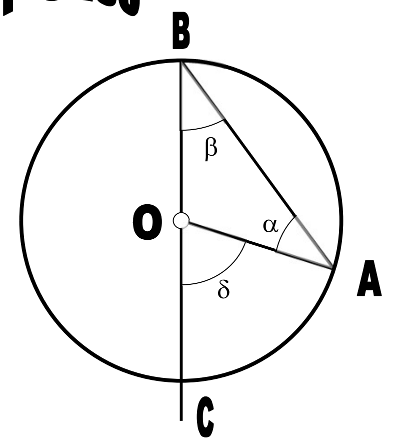
31

TEOREMA

Tesi :

$A\hat{B}C \cong \frac{1}{2} A\hat{O}C$

1° Caso



δ è angolo esterno al triangolo AOB

Quindi secondo il teorema degli angolo esterno:

$\delta \cong \alpha + \beta$

I segmenti OA e OB sono i raggi della circonferenza

Tali raggi sono congruenti

$\widehat{ABO}$ è isoscele

QUINDI: l'angolo
$\delta \cong 2\,\beta$
Cioè $\beta \cong 1/2\ \delta$

32

2° Caso

IP: Angolo ABC alla circonferenza del tipo 1

Il centro della circonferenza è interno all'angolo alla circonferenza

Tesi :

$A\hat{B}C \cong \frac{1}{2} A\hat{O}C$

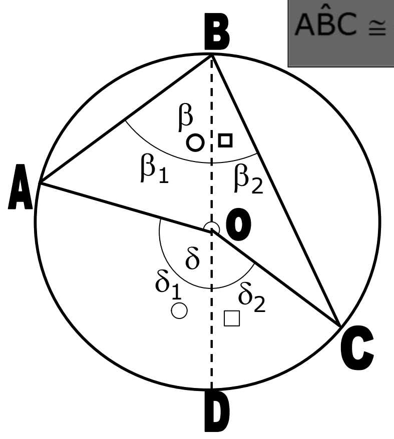
DIM

Il diametro BD divide l'angolo in 2 parti

cioè $\beta_1 \cong \frac{1}{2}\delta_1$

$\beta_2 \cong \frac{1}{2}\delta_2$

$\beta \cong \frac{1}{2}\delta$



33

33

3° Caso

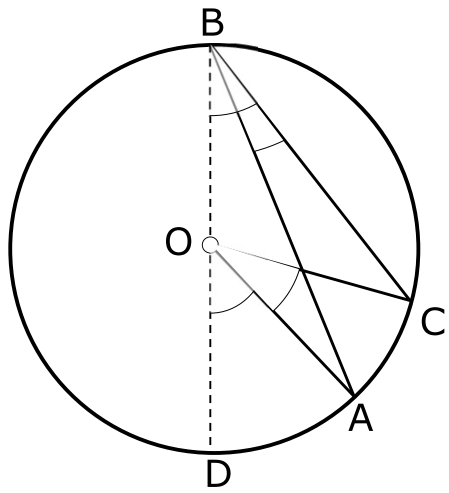
IP: Angolo ABC alla circonferenza del tipo 1

Il centro della circonferenza è ESTERNO all'angolo alla circonferenza

DIM.: Si traccia il Diametro BD

Gli angoli $D\hat{B}C$ e $D\hat{O}C$ si trovano nelle condizioni del 1° caso

Cioè $D\hat{B}C \cong 1/2\ D\hat{O}C$



34

34

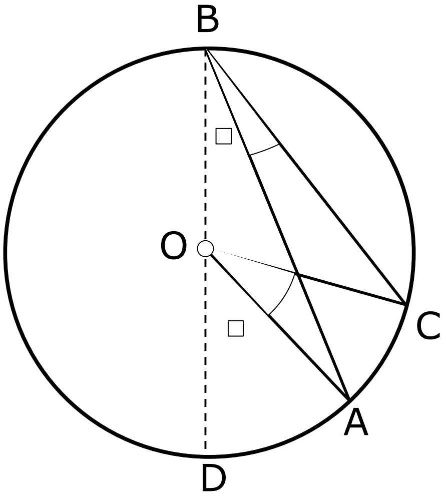
3° Caso

Gli angoli $D\hat{B}A$ e $D\hat{O}A$
sono nelle condizioni del 1° caso

$D\hat{B}A \cong 1/2 D\hat{O}A$

Tesi :

$$A\hat{B}C \cong \frac{1}{2} A\hat{O}C$$



$$A\hat{B}C \cong D\hat{B}C - D\hat{B}A \cong \frac{1}{2}D\hat{O}C - \frac{1}{2}D\hat{O}A \cong \frac{1}{2}\left(D\hat{O}C - D\hat{O}A\right) \cong \frac{1}{2}A\hat{O}C$$

35

35

4° Caso

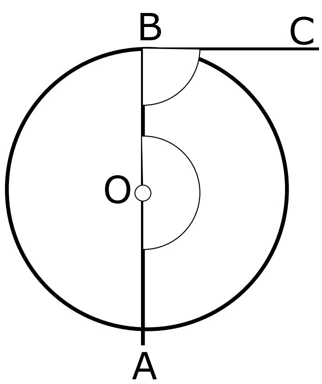
IP: Angolo alla circonferenza del Tipo 2

Un lato dell'angolo alla circonferenza contiene O

DIM.: L'angolo alla circonferenza $A\hat{B}C$ è retto essendo la tangente BC perpendicolare al diametro

L'angolo al centro $A\hat{O}B$ è piatto

Quindi l'angolo retto $A\hat{B}C$ è la metà di $A\hat{O}B$



36

36

5° caso

IP: Angolo alla circonferenza del Tipo 2

Il centro O è INTERNO all'angolo alla circonferenza

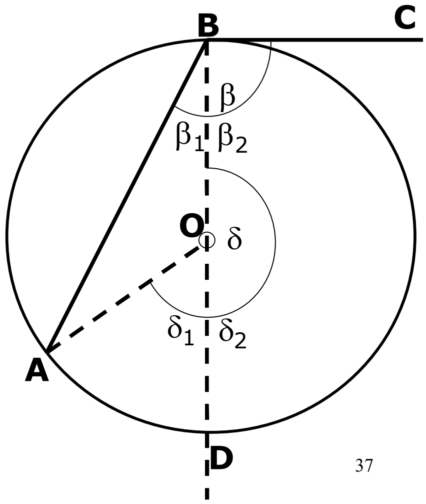
Si unisce A con O

E infine si traccia il diametro BD

Per il 1° CASO: δ_1 è il doppio di β_1

Per il 4° CASO: δ_2 è il doppio di β_2

Quindi: δ è il doppio di β



37

Corollario 1

COROLLARIO:
- Teorema importante ma con breve dimostrazione
- A valle di un altro teorema (ad es.: il teorema dell'angolo al centro)

Se degli angoli alla circonferenza insistono sullo stesso arco (o su archi congruenti)

ALLORA

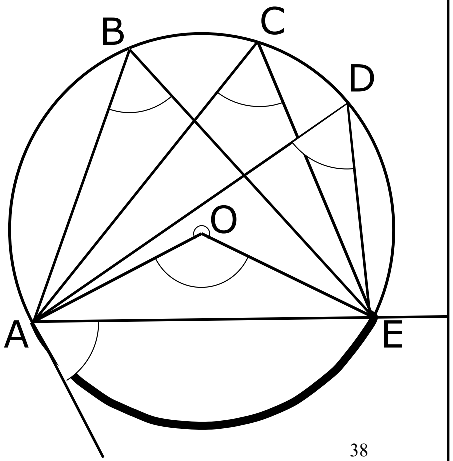
sono congruenti

IP: $A\hat{B}E$ e $A\hat{C}E$ sono angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco

TS: essi sono congruenti

DIM.:

Sono la metà dello stesso angolo al centro



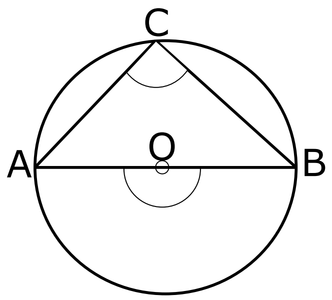
38

Corollario 2

Se un angolo è inscritto in una semicirconferenza

ALLORA

è retto



Ip: O ϵ AB   Lato AB è il diametro

Ts: AC ⊥ CB   L'angolo ACB è retto

DIM.:

E' la metà del corrispondente angolo al centro che è piatto.

39

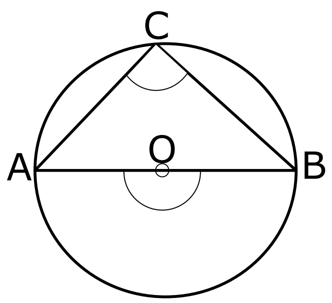
39

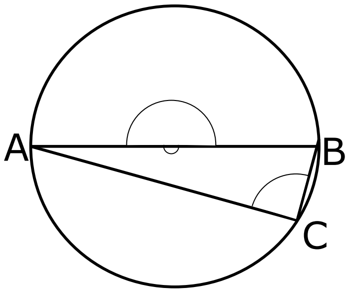
Corollario 2

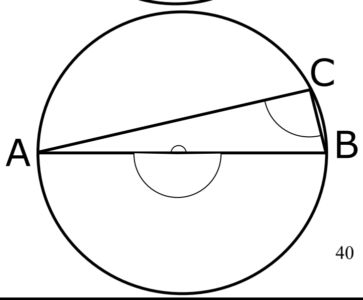
Se un angolo è inscritto in una semicirconferenza

ALLORA

è retto







40

40

Teorema

In un triangolo rettangolo
la mediana è metà ipotenusa

Ip: $AC \perp BC$ Il triangolo è rettangolo

$AO \cong OB$ CO è mediana

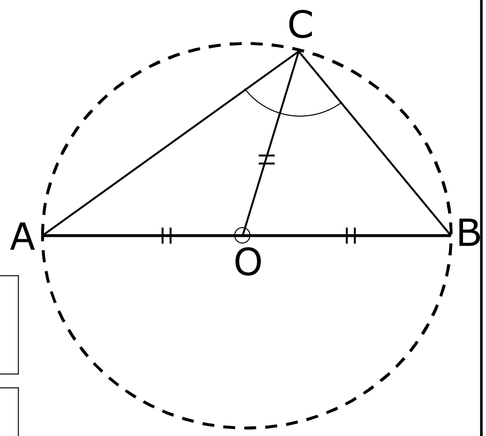
Ts: $OC \cong AO$

DIM:

$\widehat{ABC}$ si può inscrivere in una semicirconferenza

O punto medio di AB e quindi centro della circonferenza

AO, OC, OB sono i raggi della circonferenza



41

41

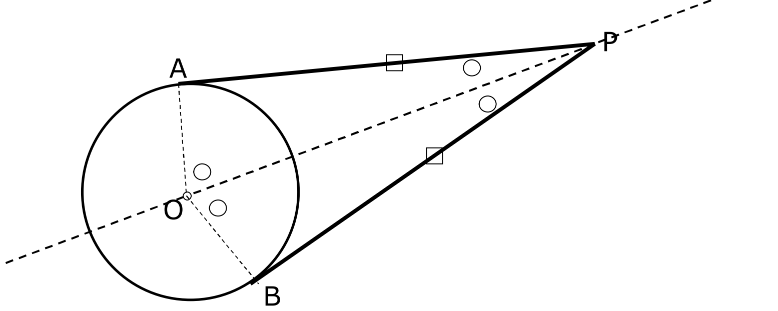
TEOREMA DELLE TANGENTI

PROF. MARIO ANTONUZZI
LICEO SCIENTIFICO «ELIO VITTORINI» MILANO

1) **I segmenti di tangente, condotti da un punto esterno a una circonferenza e compresi tra tale punto e quelli di contatto, sono congruenti**

2) **La semiretta PO è bisettrice dell'angolo delle tangenti**

3) **OP è bisettrice dell'angolo formato dai raggi che vanno ai punti di contatto**



42

42

TEOREMA DELLE TANGENTI - ***IPOTESI***

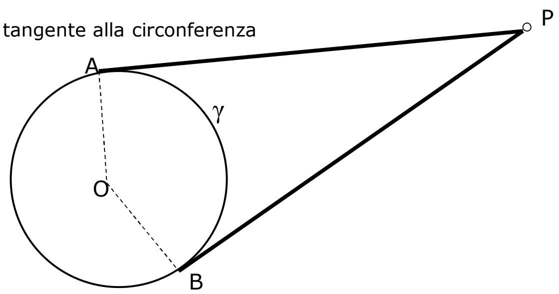
γ circonferenza di centro O

P esterno a γ

$A\in\gamma$; $B\in\gamma$

$OA\perp PA$ PA è tangente alla circonferenza

$OB\perp PB$ PB è tangente alla circonferenza

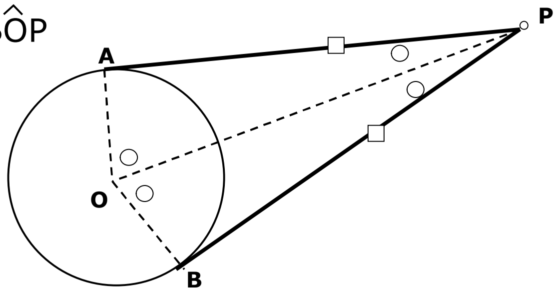


43

43

TEOREMA DELLE TANGENTI - ***TESI***

1. $PA\cong PB$
2. $A\hat{P}O\cong B\hat{P}O$
3. $A\hat{O}P\cong B\hat{O}P$



44

44

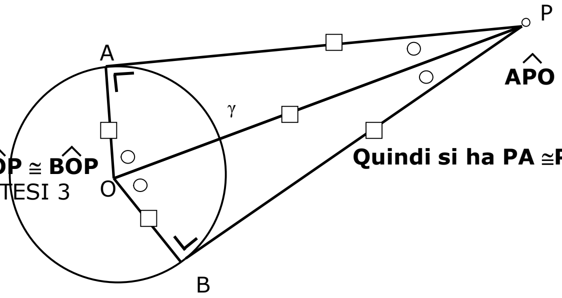
TEOREMA DELLE TANGENTI - DIMOSTRAZIONE

Dim.: Consideriamo i 2 triangoli RETTANGOLI $\overset{\triangle}{AOP}$ e $\overset{\triangle}{BOP}$. Essi hanno:

1. l'ipotenusa OP in comune
2. OA ≅ OB perché raggi di una stessa circonferenza

I 2 triangoli sono:
- RETTANGOLI
- hanno 2 LATI congruenti

Quindi: per un criterio di congruenza dei TRIANGOLI RETTANGOLI sono congruenti



$\widehat{APO}$ ≅ $\widehat{BPO}$ TESI 2

Quindi si ha PA ≅PB TESI 1

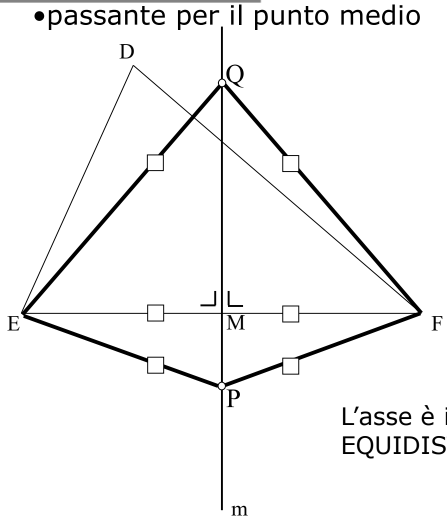
$\widehat{AOP}$ ≅ $\widehat{BOP}$ TESI 3

45

45

ASSI

L'asse di un triangolo relativo a un lato è la retta
- perpendicolare al lato
- passante per il punto medio



La retta m
- perpendicolare a EF
- passante per il punto M

si chiama ASSE del lato EF

L'asse è il luogo geometrico dei punti EQUIDISTANTI dagli estremi

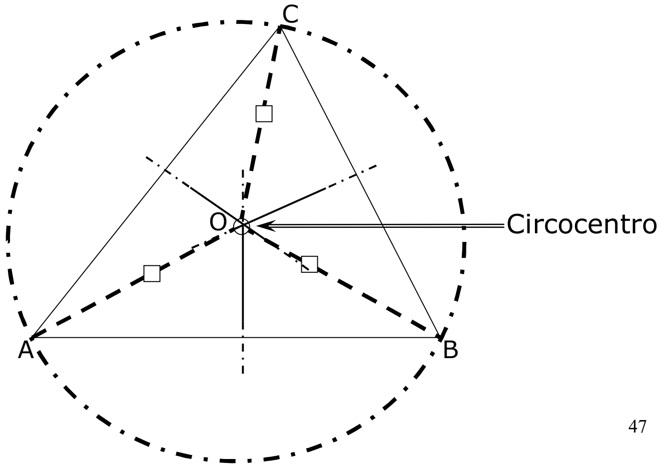
46

46

PUNTI NOTEVOLI DI UN TRIANGOLO - ***CIRCOCENTRO***

Gli <u>assi</u> dei lati di un triangolo passano per uno stesso punto detto CIRCOCENTRO

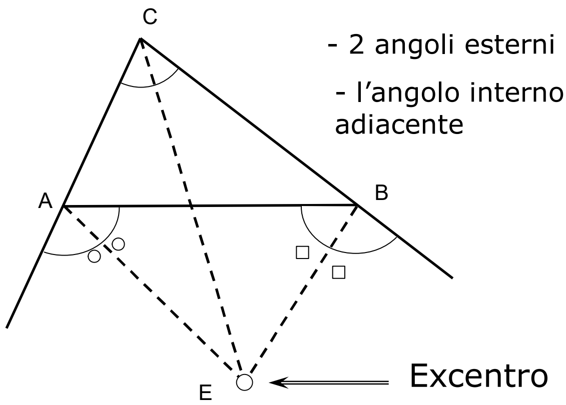
Il circocentro è equidistante dai vertici



PUNTI NOTEVOLI DI UN TRIANGOLO - ***EXCENTRO***

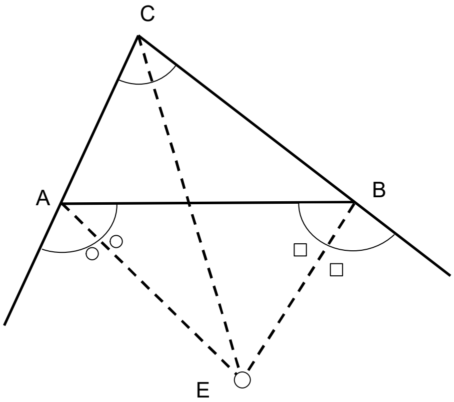
E' il punto di incontro delle bisettrici di:

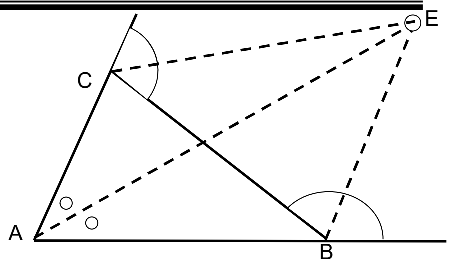
- 2 angoli esterni
- l'angolo interno NON adiacente

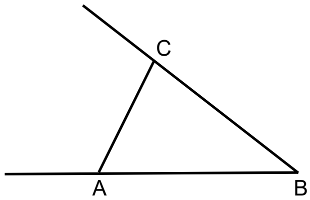


PUNTI NOTEVOLI DI UN TRIANGOLO - **EXCENTRO**

3 excentri







FINE

49