ESERCIZI DA SVOLGERE A CASA

Gli studenti con **"Piano Didattico Personalizzato"** sono dispensati dallo svolgimento degli esercizi 2 e 8, sebbene il loro svolgimento faciliti l'acquisizione di migliori abilità sugli argomenti affrontati nella lezione.

Sapendo che $tg\alpha = \frac{3}{4}$ con $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ e che $sen\beta = \frac{5}{13}$ con $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ calcola:

1. $sen(\alpha + \beta)$ **SOLUZ.:** $\frac{16}{65}$

SUGGERIMENTO: Seguire l'esercizio di esempio svolto nella pagina sottostante. E' davvero simile agli esercizi richiesti.

2. $sen(\alpha - \beta)$ **SOLUZ.:** $\frac{56}{65}$

3. $\cos(\alpha + \beta)$ **SOLUZ.:** $\frac{63}{65}$

4. $\cos(\alpha - \beta)$ **SOLUZ.:** $\frac{33}{65}$

5. $tg(\alpha + \beta)$ (Tale valore deve essere calcolato in 2 modi:
   a) formule di addizione degli archi della tangente;
   b) seconda relazione fondamentale della goniometria) **SOLUZ.:** $\frac{16}{63}$

6. $tg(\alpha - \beta)$ (Tale valore deve essere calcolato in 2 modi:
   a) formule di addizione degli archi della tangente;
   b) seconda relazione fondamentale della goniometria) **SOLUZ.:** $\frac{56}{33}$

Semplifica le seguenti espressioni applicando le formule di addizione e sottrazione degli archi:

7. $\dfrac{sen\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)+sen\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)+\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)}$ **SOLUZ.:** $\sqrt{3}$

8. $\dfrac{sen(\alpha+\beta)\,sen(\alpha-\beta)}{\cos^2\alpha\cos^2\beta}+tg^2\beta$ **SOLUZ.:** $tg^2\alpha$

ESERCIZIO DI ESEMPIO

Sapendo che $tg\alpha = -\frac{2\sqrt{10}}{3}$ con $\frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi$

$tg\beta = -\frac{\sqrt{11}}{33}$ con $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$

calcola $sen(\alpha + \beta)$

SVOLGIMENTO

PARTE 1. Essendo $tg\alpha = -\frac{2\sqrt{10}}{3}$ sarà $tg^2\alpha = \frac{40}{9}$, da cui sarà $\frac{sen^2\alpha}{cos^2\alpha} = \frac{40}{9}$, da cui $\frac{sen^2\alpha}{1-sen^2\alpha} = \frac{40}{9}$.

Quindi: $9sen^2\alpha = 40(1-sen^2\alpha)$

$9sen^2\alpha = 40 - 40sen^2\alpha$ $\qquad 49sen^2\alpha = 40$ $\qquad sen^2\alpha = \frac{40}{49}$

$sen\alpha = \pm\frac{2\sqrt{10}}{7}$. Tuttavia, essendo $\frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi$, sarà:

$sen\alpha = -\frac{2\sqrt{10}}{7}$. Invece sarà $\cos\alpha > 0$, allora

$$\cos\alpha = \sqrt{1-sen^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{40}{49}} = \sqrt{\frac{9}{49}} = \frac{3}{7}$$

PARTE 2. Essendo $tg\beta = -\frac{\sqrt{11}}{33}$ sarà $tg^2\beta = \frac{1}{99}$, da cui sarà $\frac{sen^2\beta}{cos^2\alpha} = \frac{1}{99}$, da cui $\frac{sen^2\beta}{1-sen^2\beta} = \frac{1}{99}$.

Quindi: $99sen^2\beta = 1 - sen^2\beta$ $\qquad 100sen^2\beta = 1$ $\qquad sen^2\beta = \frac{1}{100}$

$sen\beta = \pm\frac{1}{10}$. Tuttavia, essendo $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$, sarà:

$sen\beta = \frac{1}{10}$. Invece sarà $\cos\beta < 0$, allora

$$\cos\beta = -\sqrt{1-sen^2\beta} = -\sqrt{1-\frac{1}{100}} = -\sqrt{\frac{99}{100}} = -\frac{3\sqrt{11}}{10}$$

In base alla formula di addizione degli archi del seno sarà:3

$$sen(\alpha+\beta) = sen\alpha\cos\beta + \cos\alpha sen\beta$$

Pertanto, $sen(\alpha+\beta) = -\frac{2\sqrt{10}}{7}\left(-\frac{3\sqrt{11}}{10}\right) + \frac{3}{7}\cdot\frac{1}{10} = \frac{6\sqrt{110}}{70} + \frac{3}{70} = \frac{6\sqrt{110}+3}{70}$