



UNIONE MATEMATICA ITALIANA  
**PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA**

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,  
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA



T1

*I Giochi di Archimede - Gara Biennio*

22 novembre 2018

- La prova è costituita da 16 problemi. Ogni domanda è seguita da 5 risposte indicate con le lettere (A), (B), (C), (D), (E). Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono sbagliate.
- Ciascuna risposta corretta vale 5 punti, ciascuna risposta sbagliata vale 0 punti. Per ogni risposta lasciata in bianco oppure illeggibile verrà assegnato 1 punto.
- Per ognuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

**Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 110 minuti.**  
 Buon lavoro e buon divertimento!

NOME \_\_\_\_\_ COGNOME \_\_\_\_\_ CLASSE \_\_\_\_\_

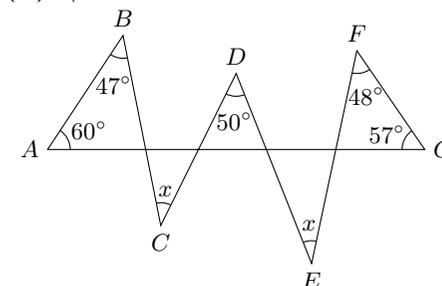
data di nascita: \_\_\_\_\_ mail (facoltativa): \_\_\_\_\_

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

- Indicare la più piccola tra queste frazioni.  
 (A)  $\frac{2016}{2015}$  (B)  $\frac{2015}{2014}$  (C)  $\frac{2017}{2016}$  (D)  $\frac{2019}{2018}$  (E)  $\frac{2018}{2017}$
- Quale dei seguenti numeri si può ottenere sommando i quadrati di due numeri interi multipli di 3?  
 (A) 450 (B) 300 (C) 270 (D) 483 (E) 189
- Carla costruisce un cubo incollando 1000 piccoli cubetti tutti uguali (con 10 cubetti lungo ogni spigolo). Dipinge quindi di rosso tutte le facce del cubo che ha costruito. Quanti dei cubetti iniziali avranno precisamente due facce colorate di rosso?  
 (A) 60 (B) 120 (C) 104 (D) 90 (E) 96

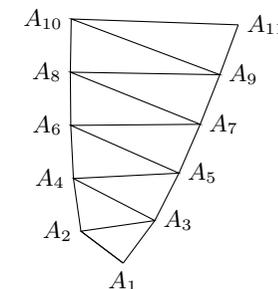
- Sia Luca che Claudia hanno in mano una carta rossa e una nera. Luca pesca una carta a caso dalla mano di Claudia e la aggiunge alle proprie. A questo punto, Claudia pesca una carta dalla mano di Luca. Qual è la probabilità che ciascuno dei due venga a trovarsi con due carte in mano dello stesso colore (uno con due carte rosse, uno con due carte nere)?  
 (A)  $\frac{3}{4}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{1}{2}$  (E)  $\frac{1}{6}$

- Nella figura qui a lato, sono indicate le ampiezze degli angoli di vertici A, B, D, F, G. Gli angoli di vertici C e E hanno la stessa ampiezza, indicata con x. Qual è il valore di tale ampiezza x?  
 (A) 41° (B) 39° (C) 40° (D) 37° (E) 38°

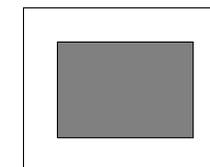


- Cesare possiede un gran numero di soldatini, tra 2000 e 2500. Prova a disporli in fila per 2, per 3, per 4, 5, 6, 7, ma ogni volta ne avanza uno. Se li vuole disporre tutti in varie file della stessa lunghezza (maggiore di 1), quale dovrà essere come minimo tale lunghezza?  
 (A) 19 (B) 23 (C) 11 (D) 17 (E) 13

- Teodoro sta costruendo una sequenza di triangoli rettangoli, disposti come qui a lato. Il primo è il triangolo isoscele  $A_1A_2A_3$ , rettangolo in  $A_1$ , con cateti di 1 cm. Il secondo è  $A_2A_3A_4$ , rettangolo in  $A_2$ , dove  $A_2A_4$  è ancora di 1 cm. Il terzo è  $A_3A_4A_5$ , rettangolo in  $A_3$ , con  $A_3A_5$  ancora di 1 cm. La costruzione va avanti così: in ciascun triangolo  $A_nA_{n+1}A_{n+2}$ , rettangolo in  $A_n$ , il cateto  $A_nA_{n+2}$  è sempre di 1 cm. Quanti cm misurerà il segmento  $A_{100}A_{101}$ ?  
 (A) 20 (B) 50 (C) 25 (D) 10 (E) 16



- Tre ragazze ed un ragazzo debbono sedersi attorno a un tavolo con cinque sedie, numerate da 1 a 5. Per decidere il proprio posto, ciascuno dei quattro estrae a sorte uno tra cinque foglietti (numerati da 1 a 5). Qual è la probabilità che la sedia che rimane vuota venga a trovarsi tra due ragazze?  
 (A)  $\frac{3}{5}$  (B)  $\frac{2}{5}$  (C)  $\frac{2}{3}$  (D)  $\frac{3}{4}$  (E)  $\frac{1}{2}$
- Il lato maggiore della cornice di un quadro è  $\frac{5}{4}$  del minore. La cornice ha lo stesso spessore su tutti e quattro i lati. Nel quadro all'interno della cornice (rappresentato con un rettangolo grigio), il lato maggiore misura 32 cm e il lato minore 24. Di quanti  $\text{cm}^2$  è l'area del rettangolo delimitato dal bordo esterno della cornice?  
 (A) 1440 (B) 1200 (C) 1280 (D) 1600 (E) 1500



10. Un cellulare con la batteria del tutto scarica deve rimanere in carica 2 ore per ricaricarsi completamente, se nel frattempo non è in uso. Se invece è utilizzato durante la ricarica, la metà dell'energia introdotta viene subito consumata e solo la parte restante si accumula nella batteria. Sapendo che, per ricaricare la batteria da zero, sono servite 2 ore e mezza, stabilire per quanti minuti il cellulare è stato utilizzato durante la ricarica (si suppone, che si usi o meno il telefono, che l'energia immagazzinata in un intervallo di tempo sia proporzionale alla sua durata).
- (A) 75 (B) 60 (C) 54 (D) 70 (E) 72

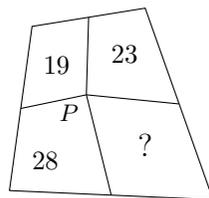
11. Quanti sono i diversi triangoli isosceli, con tutti i lati di lunghezze intere, aventi un lato di lunghezza 2018 che è maggiore degli altri due?
- (A) 1007 (B) 1006 (C) 1010 (D) 1008 (E) 1011

12. Mario scrive i numeri interi positivi in una griglia con 7 colonne, come mostrato in figura. Poiché ha in antipatia il numero 11, nel suo elenco mancano tutti i multipli di 11. Indichiamo con  $(m; n)$  la casella che si trova nella riga numero  $m$  (contando dall'alto) e nella colonna numero  $n$  (contando da sinistra): ad esempio, la casella  $(2; 4)$  contiene il numero 12. In quale casella sarà contenuto il numero 1500?

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	23
24	25	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...

- (A)  $(195; 6)$  (B)  $(215; 2)$  (C)  $(214; 2)$   
 (D)  $(194; 3)$  (E)  $(193; 6)$
13. Chiara ha disposto 8 monetine in fila. Alcune mostrano la faccia con la testa, altre quella con la croce, in questa sequenza: TTTTCC. Fa questo gioco: ad ogni mossa, sceglie due monete consecutive e le capovolge entrambe. Chiara, con alcune mosse di questo tipo, vorrebbe ottenere una fila di monete disposte nella sequenza CCCCCTT. Che cosa si può concludere?
- (A) Ci può riuscire con un minimo di 3 mosse.  
 (B) Ci può riuscire con un minimo di 5 mosse.  
 (C) Ci può riuscire con un minimo di 7 mosse.  
 (D) Ci può riuscire con un numero pari di mosse.  
 (E) Non ci può riuscire.

14. Da un punto  $P$  all'interno di un quadrilatero convesso, si tracciano i segmenti che lo congiungono ai punti medi dei lati. In questo modo, il quadrilatero viene suddiviso in quattro regioni. Nella figura sono indicate le aree di tre di queste regioni. Qual è l'area della quarta?
- (A) 32 (B) 33 (C) 29 (D) 31 (E) 30



15. Michela ha disegnato una tabella rettangolare di dimensioni  $2 \times 100$ . Vuole disporre 99 monete, ciascuna in una casella della tabella, in modo che non vi siano coppie di caselle con un lato in comune entrambe occupate da una moneta. In quanti modi diversi Michela potrà collocare le 99 monete?
- (A) 200 (B) 396 (C) 402 (D) 400 (E) 202
16. Nel triangolo isoscele  $ABC$ , dove  $\overline{AB} = \overline{BC} = 5$  cm e  $\overline{AC} = 6$  cm, l'altezza uscente dal vertice  $C$  cade nel punto  $D$  del lato  $AB$ . Di quanti  $\text{cm}^2$  è l'area del triangolo  $BCD$ ?
- (A)  $\frac{10}{3}$  (B)  $\frac{56}{15}$  (C)  $\frac{17}{5}$  (D)  $\frac{84}{25}$  (E)  $\frac{24}{7}$