



UNIONE MATEMATICA ITALIANA
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

21 novembre 2019



- La prova è costituita da 16 problemi. Ogni domanda è seguita da 5 risposte indicate con le lettere (A), (B), (C), (D), (E). Una sola di queste risposte è corretta.
- Ciascuna risposta corretta vale 5 punti, ciascuna risposta sbagliata vale 0 punti. Per ogni risposta lasciata in bianco oppure illeggibile verrà assegnato 1 punto.
- Per ognuno dei problemi, trascrivi **IN STAMPATELLO** la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni.
- **ANNERISCI COMPLETAMENTE** il tuo mese di nascita, il tuo genere, la tua classe. Scrivi le altre informazioni richieste **IN STAMPATELLO** vicino alle frecce, con la massima cura e precisione.

Non è permesso l'uso di calcolatrici o strumenti di comunicazione.
Il tempo a tua disposizione è di 110 minuti. Buon lavoro!

NOME →
COGNOME →
ANNO DI NASCITA →
MESE DI NASCITA
GEN FEB MAR APR MAG GIU
LUG AGO SET OTT NOV DIC
GIORNO DI NASCITA →
GENERE F M
CLASSE 1 2
SEZIONE →

GRIGLIA DELLE RISPOSTE T1

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

- Per quanti numeri reali x vale la catena di disuguaglianze $0 \leq x \leq \frac{1}{x} \leq 1$?
 (A) infiniti (B) 3 (C) nessuno (D) solo 1 (E) 2
- Nel triangolo DEF , le altezze (uscenti, rispettivamente, dai vertici D , E e F) misurano, nell'ordine, 81, 82 e 79 metri. Indicando con d , e , f le lunghezze, rispettivamente, dei lati EF , FD , DE , quale di queste disuguaglianze è corretta?
 (A) $e < d < f$ (B) $d < e < f$ (C) $f < d < e$
 (D) $e < f < d$ (E) $f < e < d$

- La pagina Instagram delle Olimpiadi di Matematica pubblica un problema al giorno. Alberto e Barbara si sfidano a risolvere il maggior numero di problemi nell'arco di 10 settimane, a partire da un lunedì. Barbara sa che Alberto prova a risolvere tutti e soli i problemi dal lunedì al giovedì di ogni settimana (ma non sa se ci riesce o meno). Barbara, invece, è sicura di saper risolvere tutti i problemi, tranne quelli della domenica. Supponendo che Barbara abbia ragione e tenendo conto che ha intenzione di iniziare a lavorare il più tardi possibile, che giorno della settimana è quello in cui deve cominciare per essere sicura della propria vittoria?
 (A) lunedì (B) martedì (C) mercoledì (D) giovedì (E) venerdì
- Clara vuole prestare due dei suoi libri al cugino Luca. Possiede 9 libri gialli, 7 libri di viaggi, 4 libri di poesie. In quanti modi può essere scelta la coppia di libri da prestare, tenendo conto che devono essere di due generi diversi?
 (A) 40 (B) 121 (C) 118 (D) 120 (E) 127
- In un triangolo LMN gli angoli di vertici L e N hanno ampiezze, rispettivamente, 42° e 80° . Sia r la retta passante per M che è perpendicolare alla bisettrice dell'angolo \widehat{LMN} e sia O il punto d'intersezione tra r e la retta LN . Qual è l'ampiezza dell'angolo \widehat{MON} ?
 (A) 17° (B) 15° (C) 18° (D) 21° (E) 19°
- Due uomini possiedono delle monete. Se il primo ne prendesse 2 dal secondo, allora ne avrebbe tante quante ne resterebbero al secondo. Se, invece, il secondo ne prendesse 1 al primo, allora ne avrebbe il triplo di quante ne resterebbero al primo. Quante monete possiedono i due uomini in totale?
 (A) 14 (B) 16 (C) 12 (D) 18 (E) 13
- Romeo, Giuletta, Elena, Paride, Ulisse si siedono su una panchina. Giuletta vuole stare accanto a Romeo, Elena accanto a Paride. In quanti modi possono disporsi i cinque da sinistra verso destra, in modo da accontentarle?
 (A) 24 (B) 20 (C) 18 (D) 16 (E) 30
- Il prezzo di vendita di un bene si ottiene aumentando l'importo effettivo di una certa percentuale, detta IVA (una tassa, che poi viene versata al fisco). In un negozio, il prezzo di vendita di un maglione è di 61,00€, comprensivo di IVA al 22%. Se l'IVA passasse al 24%, quale diventerebbe il prezzo di vendita del maglione?
 (A) 62,25€ (B) 62,22€ (C) 63,00€ (D) 62,00€ (E) 61,50€
- Preso un rettangolo $ABCD$, sia E il punto sulla diagonale BD tale che la retta AE sia perpendicolare a BD . Sapendo che l'angolo \widehat{BAC} è di 28° , quale sarà l'ampiezza dell'angolo \widehat{DAE} ?
 (A) 24° (B) 36° (C) 32° (D) 28° (E) 30°

10. Un ottagono convesso possiede 8 angoli interni.
Quanti di essi, al massimo, possono essere retti?
(A) 4 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 1
11. Caterina sta saltando lungo una fila di mattonelle. Partendo dalla prima, con salti di 2 mattonelle alla volta (ossia, salta sulla 3^a, la 5^a, la 7^a, e così via), arriva sull'ultima; si volta indietro e, con salti di 3 mattonelle alla volta, torna alla prima; si volta ancora e, con salti di 4 mattonelle arriva di nuovo all'ultima mattonella; si volta di nuovo e, con salti di 5 mattonelle torna di nuovo alla prima. Quale tra i seguenti potrebbe essere il numero di mattonelle della fila?
(A) 121 (B) 91 (C) 90 (D) 60 (E) 31
12. I numeri reali x e y verificano l'uguaglianza $(2x - 3y)^2 + (3x - 1)^2 = 0$.
Qual è il valore di $x + y$?
(A) 1/3 (B) 5/9 (C) 1 (D) 1/2 (E) 3/4
13. Laura possiede due dadi. Uno dei due è un normale dado da gioco, con facce numerate da 1 a 6. L'altro è invece un dado speciale, che possiede due facce con il numero 3, una faccia con il 4 e tre facce con il 6. Lanciando insieme i due dadi, qual è la probabilità che la somma dei due numeri usciti sia uguale a 8?
(A) 2/9 (B) 1/6 (C) 1/9 (D) 1/12 (E) 1/8
14. Quanti multipli di 7, compresi tra 1 e 5000, sono quadrati di numeri interi?
(A) 10 (B) 26 (C) 12 (D) 102 (E) 70
15. Attorno a un tavolo ci sono 8 persone, ciascuna delle quali può essere o un cavaliere o un furfante. Ogni volta che parla un cavaliere, la frase che pronuncia è vera; ogni volta che parla un furfante, la frase che pronuncia è falsa. Uno di loro pronuncia la seguente frase: "alla mia destra siede un cavaliere e alla mia sinistra siede un furfante". Il vicino di destra di costui dichiara: "alla mia sinistra siede un cavaliere e alla mia destra siede un furfante". Il vicino di destra di quest'ultimo afferma: "alla mia destra siede un cavaliere e alla mia sinistra siede un furfante". E così via, le frasi si alternano, fino all'ottava persona, che afferma: "alla mia sinistra siede un cavaliere e alla mia destra siede un furfante". Si può concludere che, tra le 8 persone presenti, il numero complessivo di cavalieri...
(A) è possibile che sia 2 oppure 4, ma non 0, 6 o 8
(B) è possibile che sia 2, 4 o 6, ma non 0 o 8
(C) è possibile che sia 0, 2 o 4, ma non 6 o 8
(D) è possibile che sia 0, 2, 4 o anche 6, ma non 8
(E) è possibile che sia 0 oppure 4, ma non 2, 6 o 8
16. È assegnato un trapezio rettangolo $PQRS$, con angoli retti in P e in S , dove $\overline{PQ} > \overline{RS}$ e $\overline{PS} = \overline{RS} = 31$. Sia K il punto sul lato PS tale che $\overline{PK} = 14$. Sapendo che $\widehat{SKR} = \widehat{PQR}$, quale sarà la misura di KQ ?
(A) 45 (B) 48 (C) 52 (D) 49 (E) 50